Семинар 5в. Подготовка к контрольной

Задача 1. Реализовать программу для вычисления интегралов по формулам

№№	Наименование формулы	Содержание формулы
1.	Трапеций	$I=\int_a^b f(x)dx \approx \sum_{i=1}^{N}\frac{1}{2}\left[f(x_{i-1})+f(x_i)\right]h,$ $x_i=a+ih, \quad h=(b-a)/N.$
2.	Симпсона	$I \approx \sum_{i=1}^{N}\frac{1}{6}\left[f(x_{i-1})+4f(x_{i-1/2})+f(x_i)\right]h,$ $x_i=a+ih, \quad h=(b-a)/N.$
3.	Гаусса	$I \approx \sum_{i=1}^{N}\frac{1}{2}\left[f\left(\frac{x_{i-1}+x_i}{2}-\frac{h}{2\sqrt{3}}\right)+f\left(\frac{x_{i-1}+x_i}{2}+\frac{h}{2\sqrt{3}}\right)\right]h,$ $x_i=a+ih, \quad h=(b-a)/N.$
4.	Средних прямо-угольников в двумерном случае	$I=\int_c^d\int_a^b f\left(x,y\right)dxdy \approx \sum_{i,j=1}^{N_x,N_y} f\left(x_{i-1/2},y_{j-1/2}\right)h_x h_y,$ $x_i=a+h_x i, \quad y_j=c+h_y j, \quad h_x=(b-a)/N_x, \quad h_y=(d-c)/N_y.$
5.	Трапеций в двумерном случае	$I \approx \sum_{i,j=1}^{N_x,N_y}\frac{1}{4}\left[f\left(x_i,y_j\right)+f\left(x_{i+1},y_j\right)+f\left(x_i,y_{j+1}\right)+f\left(x_{i+1},y_{j+1}\right)\right]h_x h_y,$ $x_i=a+h_x i, \quad y_j=c+h_y j, \quad h_x=(b-a)/N_x, \quad h_y=(d-c)/N_y.$

Вывести на экран результат и ошибку вычислений.

Задача 2. Реализовать программу для вычисления определителя квадратной матрицы порядка *m* *по правилам Крамера* (рекурсивный алгоритм).

$$A = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & \ldots & a_{1m} \\ a_{21} & a_{22} & \ldots & a_{2m} \\ \ldots & \ldots & \ldots & \ldots \\ a_{m1} & a_{m2} & \ldots & a_{mm} \end{pmatrix}, \quad \det A_m = \sum_{j=1}^{m} \left(-1\right)^{j+1} a_{1j} \det A_{m-1}^{(j)}.$$

Для хранения матрицы использовать механизм динамического выделения памяти. Учесть, что в языке Си нумерация векторов и компонент матриц идет с нуля.

Решить эту же задачу методом Гаусса (применяется только его прямой ход).

Вывести на экран результат и ошибку вычислений.

Варианты матриц:

№№	Диагональный элемент	Внедиагональные элементы
1.	$a_{ii} = 1$	$a_{ij} = \dfrac{a_{ii}}{1+i+j}, \quad j \neq i$
2.	$a_{ii} = (-1)^i$	$a_{ij} = \dfrac{a_{ii}}{\left(i+j\right)^2}, \quad j \neq i$
3.	$a_{ii} = 1 + \sum\limits_{j \neq i} a_{ij}$	$a_{ij} = \sin^2\left(\dfrac{\pi}{i+j}\right), \quad j \neq i$

Задача 3. Реализовать программу для текстовой обработки данных

Из файла вводится текст. Определить в нем количество символов, слов, предложений, основной язык.

Варианты текстов:

№№	Примеры текстов
1.	Русский: Чтоб не пропасть зазря, нужно и рака, и щуки, а пуще того, уды опасаться. Эту премудрость хорошо усвоил пескарь. Жаль только, не подумал он о том, для чего собственную жизнь бережёт.
2.	Английский: To be, or not to be, that is the question: Whether 'tis nobler in the mind to suffer The slings and arrows of outrageous fortune, Or to take arms against a sea of troubles And by opposing end them.
3.	Двуязычный: Выражение "proprietary software" в переводе с английского языка означает "патентованное программное обеспечение". Производители патентованного программного обеспечения, например, Microsoft Incorporation, рассматривают исходный код как важный предмет интеллектуальной собственности, который позволяет им продавать свое программное обеспечение за деньги.

Задача 4. Реализовать программу расчета решения задачи Коши по варианту схемы

$$\frac{\partial u}{\partial t} = f\left(u,t\right), \quad t>0, \tag{1}$$

$$u(0) = u_0. \tag{2}$$

Вариант задачи: $f\left(u,t\right) = -u^2 \cdot \sin t, \quad u_0 = 1$.

Варианты схем:

1.	Неявная схема Эйлера 1-го порядка точности по τ : $\dfrac{u^{n+1}-u^n}{\tau} = f^{n+1}, \quad f^{n+1} \equiv f\left(u^{n+1}, t_{n+1}\right).$
2.	Явная схема Рунге-Кутты 2-го порядка точности по τ : $\dfrac{u^{n+1}-u^n}{\tau} = f^{n+1/2}, \quad f^{n+1/2} \equiv f\left(u^{n+1/2}, t_{n+1/2}\right), \quad u^{n+1/2} = u^n + 0.5\tau f^n.$
3.	Неявная схема Адамса 2-го порядка точности по τ : $\dfrac{u^{n+1}-u^n}{\tau} = \dfrac{1}{2}\left(f^{n+1}+f^n\right).$
4.	Явная схема Рунге-Кутты 3-го порядка точности по τ : $\dfrac{u^{n+1}-u^n}{\tau} = \dfrac{1}{6}\left[K_1 + 4K_2 + K_3\right],$ $K_1 = f\left(u^n, t_n\right), \quad K_2 = f\left(u^n + \dfrac{\tau}{2}K_1, t_n + \dfrac{\tau}{2}\right), \quad K_3 = f\left(u^n + \tau\left(2K_2 - K_1\right), t_n + \tau\right).$

Результаты – набор данных $\left\{t_n, u\left(t_n\right), n = 0, \ldots, N_t\right\}$ – записать в текстовый файл в виде двух колонок. Построить график с помощью пакета gnuplot.

Задача 5. Реализовать программу расчета решения начально-краевой задачи по варианту схемы

$$\frac{\partial u}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial x}\left(k\frac{\partial u}{\partial x}\right) + f\left(x,t\right), \quad t>0, \quad x\in\left(0,1\right), \tag{1}$$

$$u(x,0) = u_0(x), \quad x\in\left[0,1\right]; \tag{2}$$

$$u(0,t) = \mu_0(t), \quad u(1,t) = \mu_1(t), \quad t>0. \tag{3}$$

Варианты схем:

1.	Явная схема при переменном k: $\frac{u_i^{n+1}-u_i^n}{\tau} = \frac{1}{h}\left[k_{i+1/2}\frac{u_{i+1}^n-u_i^n}{h} - k_{i-1/2}\frac{u_i^n-u_{i-1}^n}{h}\right] + f_i^n$. $k=k\left(x\right) \quad \to \quad k\left(x_i\right), \quad i=0,...,N_x;$ $k_{i+1/2} = \frac{1}{2}\left(k\left(x_{i+1}\right)+k\left(x_i\right)\right), \quad k_{i-1/2} = \frac{1}{2}\left(k\left(x_i\right)+k\left(x_{i-1}\right)\right).$
2.	Неявная схема при постоянном k: $\frac{u_i^{n+1}-u_i^n}{\tau} = k\frac{u_{i+1}^{n+1}-2u_i^{n+1}+u_{i-1}^{n+1}}{h^2} + f_i^{n+1}$.
3.	Симметричная схема при постоянном k: $\frac{u_i^{n+1}-u_i^n}{\tau} = \frac{1}{2}\left[k\frac{u_{i+1}^{n+1}-2u_i^{n+1}+u_{i-1}^{n+1}}{h^2} + k\frac{u_{i+1}^n-2u_i^n+u_{i-1}^n}{h^2}\right] + \frac{1}{2}\left[f_i^{n+1}+f_i^n\right].$
4.	Неявная схема при переменном k: $\frac{u_i^{n+1}-u_i^n}{\tau} = \frac{1}{h}\left[k_{i+1/2}\frac{u_{i+1}^{n+1}-u_i^{n+1}}{h} - k_{i-1/2}\frac{u_i^{n+1}-u_{i-1}^{n+1}}{h}\right] + f_i^{n+1}$.
5.	Симметричная схема при переменном k: $\frac{u_i^{n+1}-u_i^n}{\tau} = \frac{1}{2h}\left[k_{i+1/2}\frac{u_{i+1}^{n+1}-u_i^{n+1}}{h} - k_{i-1/2}\frac{u_i^{n+1}-u_{i-1}^{n+1}}{h}\right] + \frac{1}{2h}\left[k_{i+1/2}\frac{u_{i+1}^n-u_i^n}{h} - k_{i-1/2}\frac{u_i^n-u_{i-1}^n}{h}\right] + \frac{1}{2}\left[f_i^{n+1}+f_i^n\right]$.

Результаты – набор данных $\left\{x_i, u\left(x_i,t_n\right), i=0,...,N_x, n=0,...,N_t\right\}$ – записать в текстовые файлы (в каждом две колонки), соответствующие разным моментам времени. Построить графики с помощью пакета gnuplot.