

Задание 14

Реализовать решение двумерной краевой задачи для уравнения Пуассона в области с дыркой

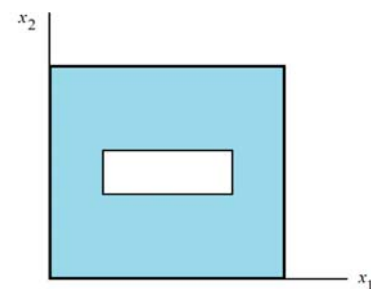
$$\frac{\partial}{\partial x_1} \left(k(x_1, x_2) \frac{\partial u}{\partial x_1} \right) + \frac{\partial}{\partial x_2} \left(k(x_1, x_2) \frac{\partial u}{\partial x_2} \right) = -f(x_1, x_2), \quad (x_1, x_2) \in D,$$

$$u(x_1, x_2) = 0, \quad (x_1, x_2) \in \partial D_1; \quad \frac{\partial u}{\partial n} = 0, \quad (x_1, x_2) \in \partial D_2.$$

$$k(x_1, x_2) = \begin{cases} k_1, & x_1 \leq x_{10}, \\ k_2, & x_1 > x_{10}, \end{cases} \quad x_{10} = 0.5, \quad k_1 = 1, \quad k_2 = 20;$$

$$f(x_1, x_2) = c_1 \exp \left[-\left(\frac{x_1 - x_{11}}{a_1} \right)^2 - \left(\frac{x_2 - x_{21}}{a_2} \right)^2 \right] + c_2 \exp \left[-\left(\frac{x_1 - x_{12}}{a_1} \right)^2 - \left(\frac{x_2 - x_{22}}{a_2} \right)^2 \right],$$

$$x_{11} = 0.2, \quad x_{21} = 0.2, \quad x_{12} = 0.8, \quad x_{22} = 0.8, \quad a_1 = 0.5, \quad a_2 = 0.5, \quad c_1 = 1, \quad c_2 = 5.$$



$$D = D_1 \setminus D_2,$$

$$D_1 = [0, 1] \times [0, 1],$$

$$D_2 = [0.3, 0.7] \times [0.4, 0.6]$$

с помощью узловой и ячеистой схем с применением итерационного метода Якоби по пространственным переменным на решетке процессоров.

Решение реализовать соответственно в виде файлов ex18a.c и ex18b.c.

Оценить зависимость погрешности разностного решения от размера сетки.

Оценить зависимость числа итераций от размера сетки и числа параллельных процессов.

Оценить эффективность распараллеливания MPI-программы.