

Задание 13

На базе примера ex17a реализовать решение двумерной начально-краевой задачи для волнового уравнения

$$\frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = \frac{\partial}{\partial x_1} \left(k(x_1, x_2) \frac{\partial u}{\partial x_1} \right) + \frac{\partial}{\partial x_2} \left(k(x_1, x_2) \frac{\partial u}{\partial x_2} \right) + f(x_1, x_2, t), \quad (x_1, x_2) \in D = (a_1, b_1) \times (a_2, b_2),$$

$$u(x_1, x_2, 0) = \varphi(x_1, x_2), \quad u_t(x_1, x_2, 0) = \psi(x_1, x_2),$$

$$u(a_1, x_2, t) = g_{11}(t), \quad u(b_1, x_2, t) = g_{12}(t), \quad u(x_1, a_2, t) = g_{21}(t), \quad u(x_1, b_2, t) = g_{22}(t),$$

$$k(x_1, x_2) = \begin{cases} k_1, & (x_1, x_2) \in D_0, \\ k_2, & (x_1, x_2) \notin D_0, \end{cases} \quad D_0 = [x_{11}, x_{12}] \times [x_{21}, x_{22}],$$

$$f(x_1, x_2, t) = \sum_{m=1}^2 Q_m \exp \left[- (x_1 - x_{1,m}^*)^2 / r_m^2 - (x_2 - x_{2,m}^*)^2 / r_m^2 \right] \sin(\omega_m t),$$

$$\varphi(x_1, x_2) = 0, \quad \psi(x_1, x_2) = 0, \quad g_{11}(t) = 0, \quad g_{12}(t) = 0, \quad g_{21}(t) = q_0 [1 - \exp[-\omega_0 t]], \quad g_{22}(t) = 0.$$

по неявной трехслойной схеме с применением итерационного метода Якоби по пространственным переменным на решетке процессоров.

Решение реализовать в виде файла ex17b.c.

Оценить зависимость погрешности разностного решения от размера сетки.

Оценить зависимость числа итераций от размера сетки и числа параллельных процессов.

Оценить эффективность распараллеливания MPI-программы.