

Задание 10. Решение пространственно-двумерных начально-краевых задач

Задание 10а. На основе примера ex14a и заготовки ex14b реализовать решение двумерной начально-краевой задачи

$$\frac{\partial u}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial x_1} \left(k(x_1, x_2) \frac{\partial u}{\partial x_1} \right) + \frac{\partial}{\partial x_2} \left(k(x_1, x_2) \frac{\partial u}{\partial x_2} \right) + f(x_1, x_2, t), \quad (x_1, x_2) \in D = (a_1, b_1) \times (a_2, b_2),$$

$$u(x_1, x_2, 0) = g_0(x_1, x_2), \quad u(a_1, x_2, t) = g_{11}(t), \quad u(b_1, x_2, t) = g_{12}(t), \quad u(x_1, a_2, t) = g_{21}(t), \quad u(x_1, b_2, t) = g_{22}(t),$$

$$k(x_1, x_2) = \begin{cases} k_1, & (x_1, x_2) \in D_0, \\ k_2, & (x_1, x_2) \notin D_0, \end{cases} \quad D_0 = [x_{11}, x_{12}] \times [x_{21}, x_{22}],$$

$$f(x_1, x_2, t) = Q_0 \exp \left[-(x_1 - x_{10})^2 / r_0^2 - (x_2 - x_{20})^2 / r_0^2 \right] (1 - \exp[-t / \tau_0]),$$

$$g_0(x_1, x_2) = u_0, \quad g_{11}(t) = u_0, \quad g_{12}(t) = u_0, \quad g_{21}(t) = u_0 + (u_1 - u_0)(1 - \exp[-t / \tau_1]), \quad g_{22}(t) = u_0,$$

по неявной локально одномерной схеме (НЛОС) с помощью алгоритма чередующейся одномерной параллельной прогонки. Для этого реализовать второй недостающий шаг НЛОС на решетке MPI-процессов в файле ex14b.c. Сравнить решение в стационаре с решением, полученным по явной схеме. Оценить эффективность распараллеливания MPI-программы.

Дополнительные задания

Задание 10б. На основе примера ex14a и заготовки ex14b реализовать решение двумерной начально-краевой задачи

$$\frac{\partial u}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial x_1} \left(k(x_1, x_2) \frac{\partial u}{\partial x_1} \right) + \frac{\partial}{\partial x_2} \left(k(x_1, x_2) \frac{\partial u}{\partial x_2} \right) + f(x_1, x_2, t), \quad (x_1, x_2) \in D = (a_1, b_1) \times (a_2, b_2),$$

$$u(x_1, x_2, 0) = g_0(x_1, x_2), \quad u(a_1, x_2, t) = g_{11}(t), \quad u(b_1, x_2, t) = g_{12}(t), \quad u(x_1, a_2, t) = g_{21}(t), \quad u(x_1, b_2, t) = g_{22}(t),$$

$$k(x_1, x_2) = \begin{cases} k_1, & (x_1, x_2) \in D_0, \\ k_2, & (x_1, x_2) \notin D_0, \end{cases} \quad D_0 = [x_{11}, x_{12}] \times [x_{21}, x_{22}],$$

$$f(x_1, x_2, t) = Q_0 \exp \left[-(x_1 - x_{10})^2 / r_0^2 - (x_2 - x_{20})^2 / r_0^2 \right] (1 - \exp[-t / \tau_0]),$$

$$g_0(x_1, x_2) = u_0, \quad g_{11}(t) = u_0, \quad g_{12}(t) = u_0, \quad g_{21}(t) = u_0 + (u_1 - u_0)(1 - \exp[-t / \tau_1]), \quad g_{22}(t) = u_0,$$

по схеме двуциклического расщепления (СДР) с помощью алгоритма чередующейся одномерной параллельной прогонки. Сравнить решение в стационаре с решением, полученным по явной схеме. Оценить эффективность распараллеливания MPI-программы.