

Задание 9. Решение пространственно-одномерных начально-краевых задач

Задание 9а. На основе примеров ex13a, ex13b реализовать решение начально-краевой задачи

$$\frac{\partial u}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial x} \left(k(x) \frac{\partial u}{\partial x} \right) + f(x, t), \quad a < x < b,$$

$$u(x, 0) = g_0(x), \quad u(a) = g_1(t), \quad u(b) = g_2(t),$$

$$k(x) = \begin{cases} k_1, & a \leq x < x_k, \\ k_2, & x_k \leq x \leq b, \end{cases} \quad f(x, t) = Q_0 \exp \left[-(x - x_0)^2 / r_0^2 \right] (1 - \exp[-t / \tau_0]),$$

$$g_0(x) = u_0, \quad g_1(t) = u_0 + (u_1 - u_0)(1 - \exp[-t / \tau_1]), \quad g_2(t) = u_0.$$

по симметричной разностной схеме с помощью алгоритма параллельной прогонки. Добавить оптимизацию, учитывающую, что вторая и третья базисные функции вычисляются только один раз на первом шаге по времени. Оценить эффективность распараллеливания MPI-программы. Добавить распараллеливание по трэдам (технология MPI+OpenMP). Оценить эффективность распараллеливания MPI+OpenMP-программы.

Дополнительные задания

Задание 9б. На основе примеров ex13a, ex13b реализовать решение начально-краевой задачи

$$\frac{\partial u}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial x} \left(k(x) \frac{\partial u}{\partial x} \right) + f(x, t), \quad a < x < b,$$

$$u(x, 0) = g_0(x), \quad u(a) = g_1(t), \quad u(b) = -\eta(u - u_0),$$

$$k(x) = \begin{cases} k_1, & a \leq x < x_k, \\ k_2, & x_k \leq x \leq b, \end{cases} \quad f(x, t) = Q_0 \exp \left[-(x - x_0)^2 / r_0^2 \right] (1 - \exp[-t / \tau_0]),$$

$$g_0(x) = u_0, \quad g_1(t) = u_0 + (u_1 - u_0)(1 - \exp[-t / \tau_1]).$$

по симметричной разностной схеме с помощью алгоритма параллельной прогонки. Добавить оптимизацию, учитывающую, что вторая и третья базисные функции вычисляются только один раз на первом шаге по времени. Оценить эффективность распараллеливания MPI-программы. Добавить распараллеливание по трэдам (технология MPI+OpenMP). Оценить эффективность распараллеливания MPI+OpenMP-программы.