

Задание 8. Пространственно-одномерные стационарные квазилинейные краевые задачи

Задание 8а. На основе примера ex12a.c реализовать решение квазилинейной краевой задачи

$$\frac{d}{dx} \left(k(u) \frac{du}{dx} \right) - q(u)u = -f(u), \quad a < x < b, \quad u(a) = u_a, \quad u(b) = u_b,$$

итерационным методом Ньютона и алгоритмом прогонки. В качестве теста взять:

$$k(u) = 1 + u^2, \quad q(u) = 1 / (1 + u^2), \quad f(u) = q(u)u - k'(u)(u')^2 - k(u)u'',$$

$$u(x) = u_a \exp\left(\alpha \frac{x-a}{b-a}\right), \quad u_b = u_a \exp(\alpha), \quad u' = \frac{\alpha}{(b-a)}u, \quad u'' = \frac{\alpha^2}{(b-a)^2}u, \quad k'(u) = 2u.$$

Оценить зависимость погрешности разностного решения и числа итераций от размера сетки. Оценить эффективность распараллеливания MPI-программы. Добавить распараллеливание по трэдам (технология MPI+OpenMP). Оценить эффективность распараллеливания MPI+OpenMP-программы.

Дополнительные задания

Задание 8б. На основе примера ex12a.c реализовать решение квазилинейной краевой задачи

$$\frac{d}{dx} \left(k(u) \frac{du}{dx} \right) - q(u)u = -f(u), \quad a < x < b, \quad u(a) = u_a, \quad u'(b) = u_b,$$

итерационным методом Ньютона и алгоритмом прогонки. В качестве теста взять:

$$k(u) = 1 + 3u^2, \quad q(u) = 1 / (1 + 2u^2), \quad f(u) = q(u)u - k'(u)(u')^2 - k(u)u'',$$

$$u(x) = u_a \exp\left(-\alpha \frac{x-a}{b-a}\right), \quad u_b = \frac{-\alpha}{(b-a)}u_a \exp(-\alpha), \quad u' = \frac{-\alpha}{(b-a)}u, \quad u'' = \frac{\alpha^2}{(b-a)^2}u, \quad k'(u) = 6u.$$

Оценить зависимость погрешности разностного решения и числа итераций от размера сетки. Оценить эффективность распараллеливания MPI-программы. Добавить распараллеливание по трэдам (технология MPI+OpenMP). Оценить эффективность распараллеливания MPI+OpenMP-программы.

Задание 8в. На основе примера ex12a.c реализовать решение квазилинейной краевой задачи

$$\frac{d}{dx} \left(k(u) \frac{du}{dx} \right) - q(u)u = -f(u), \quad a < x < b, \quad u(a) = u_a, \quad u'(b) = -\frac{\alpha}{2(b-a)}u.$$

итерационным методом Ньютона и алгоритмом прогонки. В качестве теста взять:

$$k(u) = 1 + 2u^2, \quad q(u) = 1 / (1 + 3u^2), \quad f(u) = q(u)u - k'(u)(u')^2 - k(u)u'',$$

$$u(x) = u_a \exp\left(-\frac{\alpha}{2} \frac{x-a}{b-a}\right), \quad u' = \frac{-\alpha}{2(b-a)}u, \quad u'' = \frac{\alpha^2}{4(b-a)^2}u, \quad k'(u) = 4u.$$

Оценить зависимость погрешности разностного решения и числа итераций от размера сетки. Оценить эффективность распараллеливания MPI-программы. Добавить распараллеливание по трэдам (технология MPI+OpenMP). Оценить эффективность распараллеливания MPI+OpenMP-программы.