

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
МИНИСТЕРСТВО РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ ПО АТОМНОЙ ЭНЕРГИИ
МОСКОВСКИЙ ИНЖЕНЕРНО-ФИЗИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ
(ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ)

В.И. Деев

ТЕПЛОПЕРЕДАЧА В ЯЭУ

Рекомендовано УМО "Ядерные физика и технологии" в качестве
учебного пособия для студентов высших учебных заведений

Москва 2004

микроскопический механизм переноса тепла. При этом необходимые теплофизические параметры веществ определяются экспериментально.

В результате применения феноменологического метода получают дифференциальные или интегральные уравнения теплопередачи. Эти уравнения в простых случаях разрешают аналитически или численно, а в более сложных используют для определения критериев физического подобия, связь между которыми устанавливают экспериментально. Таким образом, для теплопередачи характерно сочетание теоретического и экспериментального путей исследования.

При феноменологическом методе исследования процессов теплопередачи вещество рассматривается как сплошная непрерывная среда, поэтому микроструктура его и микроскопический механизм процесса выпадают из поля зрения. Это упрощение значительно облегчает изучение физических явлений. Феноменологическим методом можно пользоваться только в тех случаях, когда геометрические размеры объема, занятого процессом, велики по сравнению с характерными размерами микроструктуры (например, по сравнению с длиной свободного пробега молекул газа). Это условие и ограничивает область применения результатов, полученных феноменологическим методом.

1. ТЕПЛОПРОВОДНОСТЬ

В теории теплопроводности изучаются пространственно-временные распределения температуры и потоков тепла, т.е. функции $t(x, y, z, \tau)$ и $\vec{q}(x, y, z, \tau)$, где x, y, z – пространственные координаты, τ – время. Плотность потока тепла \vec{q} является векторной величиной и определяет количество тепла, переносимого сквозь единичную площадку поверхности в единицу времени. Величина q имеет размерность Дж/(м²·с) или Вт/м².

Если \vec{n} – единичная нормаль к элементу поверхности dF , а q_n – проекция вектора плотности теплового потока на направление нормали (рис. 1.1), то общий поток тепла Q (Вт), переносимого сквозь площадь поверхности F , определяется интегралом

$$Q = \int_F (\vec{q} \cdot \vec{n}) dF = \int_F q_n dF. \quad (1.1)$$

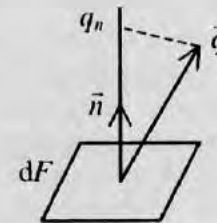


Рис. 1.1. К определению потока тепла через поверхность

В соответствии со вторым началом термодинамики вектор \vec{q} всегда направлен в сторону менее нагретых частей тела.

1.1. Закон Био – Фурье

Био и Фурье предложили гипотезу, согласно которой вектор плотности потока тепла \vec{q} вследствие теплопроводности в неравномерно нагретом теле пропорционален по величине и противоположен по направлению градиенту температуры. Таким образом,

$$\vec{q} = -\lambda \text{grad } t, \quad (1.2)$$

где λ – коэффициент теплопроводности вещества, Вт/(м·К). Этот теплофизический параметр, характеризующий способность вещества проводить тепло, определяется опытным путем. Если задано устойчивое термодинамическое состояние вещества, т.е., например, заданы температура и давление (t, p), то для каждого данного вещества коэффициент теплопроводности имеет единственное значение. Зависимость $\lambda(t, p)$ обычно устанавливается экспериментально. Значения коэффициента теплопроводности большинства веществ, используемых в практике, для различных температур и давлений приводятся в справочниках, например в [5 – 7].

В настоящее время не обнаружено ни одного случая нарушения уравнения (1.2), поэтому гипотезу Био – Фурье принято называть законом.

1.2. Дифференциальное уравнение теплопроводности

Вывод уравнения теплопроводности основан на применении к рассматриваемой системе первого начала термодинамики (закона сохранения энергии). Для того чтобы получить это уравнение, рассмотрим неоднородно нагретое тело (рис. 1.2). Пусть объем тела V ограничен поверхностью F . Внутри тела действуют внутренние источники тепла, мощность которых, рассчитанная на единицу объема, равна q_v (Вт/м³).

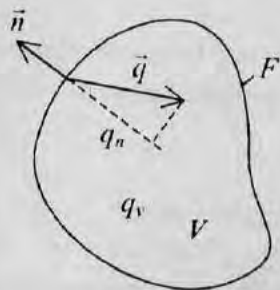


Рис. 1.2. К выводу уравнения теплопроводности

Рассмотрим изменение состояния тела за бесконечно малый промежуток времени dt в изобарическом процессе ($dp = 0$). (Для процессов теплопроводности в твердых телах эффекты, связанные с изменением внешнего давления, несущественны.)

Согласно первому началу термодинамики подведенное за время dt к телу тепло расходуется на изменение его энтальпии H :

$$dQ = dQ_F + dQ_V = dH, \quad (1.3)$$

где dQ_F – количество тепла, поступающего в объем V через поверхность F за время dt ; dQ_V – количество тепла, выделяющегося в объеме V за тот же промежуток времени в результате действия внутренних источников тепла.

Запишем выражения для отдельных составляющих уравнения баланса энергии (1.3).

Согласно (1.1)

$$dQ_F = - \int_F q_n dF \cdot dt \quad (1.4)$$

(здесь тепло Q_F считается положительным, если оно подводится к телу).

Заметим, что согласно теореме Остроградского

$$\int_F q_n dF = \int_V \text{div } \vec{q} dV. \quad (1.5)$$

Составляющая, связанная с внутренним тепловыделением,

$$dQ_V = \int_V q_v dV \cdot dt. \quad (1.6)$$

И, наконец, изменение энтальпии в рассматриваемом объеме вещества плотностью ρ за время dt

$$dH = \int_V \rho dh dV,$$

где h – энтальпия единицы массы вещества, Дж/кг.
В условиях изобарического процесса

$$dh = \left(\frac{\partial h}{\partial t} \right)_p dt = c_p dt,$$

где c_p – удельная теплоемкость вещества при постоянном давлении, Дж/(кг·К). Таким образом, вместо (1.7) можно записать

$$dH = \int_V \rho c_p dt dV$$

или

$$dH = \frac{\partial H}{\partial \tau} d\tau = \int_V \rho c_p \frac{\partial t}{\partial \tau} dV \cdot d\tau. \quad (1.8)$$

Подставив в уравнение (1.3) выражения (1.4), (1.6), (1.8) и сократив на $d\tau$, с учетом (1.5) получим

$$-\int_V \operatorname{div} \vec{q} dV + \int_V q_v dV = \int_V \rho c_p \frac{\partial t}{\partial \tau} dV,$$

или

$$\int_V \left(\rho c_p \frac{\partial t}{\partial \tau} + \operatorname{div} \vec{q} - q_v \right) dV = 0.$$

Так как объем V произволен, то

$$(1.7) \quad \rho c_p \frac{\partial t}{\partial \tau} + \operatorname{div} \vec{q} - q_v = 0. \quad (1.9)$$

Используя закон Био – Фурье (1.2), окончательно запишем уравнение теплопроводности в следующем виде:

$$\rho c_p \frac{\partial t}{\partial \tau} = \operatorname{div}(\lambda \operatorname{grad} t) + q_v. \quad (1.10)$$

Если $\lambda = \text{const}$, то разделив уравнение (1.10) на ρc_p , получим его частный случай:

$$\frac{\partial t}{\partial \tau} = a \operatorname{div}(\operatorname{grad} t) + \frac{q_v}{\rho c_p}, \quad (1.11)$$

где $a = \lambda/(\rho c_p)$ – коэффициент температуропроводности, м²/с.

1.3. Условия однозначности для процессов теплопроводности

Уравнение теплопроводности не учитывает конкретных особенностей протекания процесса в определенном веществе в пространстве и во времени. Оно описывает множество процессов и имеет множество решений. Чтобы из этого множества выделить конкретный процесс, необходимо сформулировать условия однозначности, которые содержат геометрические, физические, временные и граничные условия.

1. Геометрические условия задают форму и размеры тела, в котором протекает изучаемый процесс.

2. Физические условия определяют численные значения всех физических параметров, которые оказывают влияние на изучаемый процесс, т.е. входят в уравнение теплопроводности и граничные условия. Кроме того, физические условия дают указания о наличии внутренних источников тепла, их знаке, величине и распределении.

3. Временные условия указывают на особенности протекания процесса во времени (например, на стационарность или нестационарность процесса), задают начальное распределение температуры и т.д.

4. Граничные условия определяют особенности протекания процесса на границах занятого им объема, а также взаимодействия изучаемого процесса и соседних процессов, которые оказывают на него влияние.

Граничные условия подразделяют на три типа. Граничное условие 1-го рода задает температуру $t_F(M, \tau)$ во всех точках M границы (поверхности) для $\tau > 0$, т.е.

$$t(M, \tau) = t_F(M, \tau), \quad M \in F, \quad \tau > 0. \quad (1.12)$$

В граничном условии 2-го рода указывается плотность теплового потока $q_F(M, \tau)$ на границах для $\tau > 0$, это условие записывается в виде

$$-\lambda \frac{\partial t}{\partial n} \Big|_F = q_F(M, \tau), \quad M \in F, \quad \tau > 0. \quad (1.13)$$

Положительное направление нормали – внешнее. Правая часть (1.13) – заданная функция; она положительна, если тепловой поток отводится от тела (тело охлаждается), и отрицательна, если тепловой поток подводится к телу.

Граничное условие 3-го рода определяет простейшее линейное условие теплообмена между твердым телом и потоком жидкости, которая нагревает или охлаждает это тело:

$$-\lambda \frac{\partial t}{\partial n} \Big|_F = \alpha(t_F - t_{ж}). \quad (1.14)$$

Величину α (Вт/(м²·К)) называют коэффициентом теплоотдачи. Эта величина характеризует интенсивность переноса тепла от твердой поверхности к потоку жидкости или газа. Соотношение (1.14), записанное в виде

$$q_F = \alpha(t_F - t_{ж}), \quad (1.15)$$

называется законом Ньютона – Рихмана.

1.4. Процессы стационарной теплопроводности

В стационарных режимах теплопроводности $\partial t / \partial \tau = 0$ и согласно (1.10) распределение температуры в твердом теле описывается следующим дифференциальным уравнением:

$$\operatorname{div}(\lambda \operatorname{grad} t) + q_v = 0. \quad (1.16)$$

Если $\lambda = \text{const}$, то (1.16) приобретает более простую форму и становится уравнением Пуассона:

$$\operatorname{div}(\operatorname{grad} t) + \frac{q_v}{\lambda} = 0. \quad (1.17)$$

В случае одномерных задач, когда температура тела изменяется только в одном направлении, последнее уравнение в различных системах координат имеет следующий вид:

1) декартовы координаты –

$$\frac{d^2 t}{dx^2} + \frac{q_v}{\lambda} = 0, \quad (1.18)$$

2) цилиндрические координаты –

$$\frac{1}{r} \frac{d}{dr} \left(r \frac{dt}{dr} \right) + \frac{q_v}{\lambda} = 0, \quad (1.19)$$

3) сферические координаты –

$$\frac{1}{r^2} \frac{d}{dr} \left(r^2 \frac{dt}{dr} \right) + \frac{q_v}{\lambda} = 0. \quad (1.20)$$

Рассмотрим результаты решения некоторых одномерных задач стационарной теплопроводности.

1.4.1. Распределение температур и тепловой поток в плоской, цилиндрической и сферической стенках при отсутствии внутреннего тепловыделения

При отсутствии в стенке внутренних источников тепла в уравнениях (1.16) – (1.20) следует положить q_v равным нулю. Проанализируем два случая: коэффициент теплопроводности стенки 1) постоянная величина ($\lambda = \text{const}$) и 2) произвольная функция температуры ($\lambda = \lambda(t)$).

Наиболее подробно рассмотрим решение задачи для неограниченной плоской стенки толщиной δ (рис. 1.3), на поверхностях которой выполняются граничные условия 1-го рода, т.е. заданы постоянные значения температур стенки: $t(x=0) = t_{\text{ст}1}$ и $t(x=\delta) = t_{\text{ст}2}$.

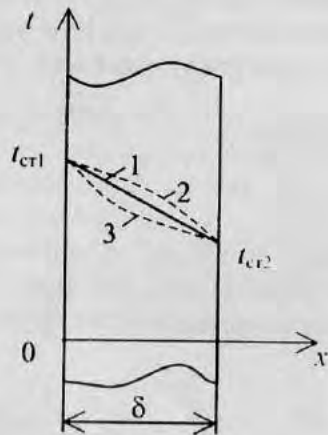


Рис. 1.3. Распределение температуры в плоской стенке при граничных условиях 1-го рода: 1 – $d\lambda/dt = 0$; 2 – $d\lambda/dt > 0$; 3 – $d\lambda/dt < 0$

1). Случай $\lambda = \text{const}$.

Интегрирование уравнения (1.18) при условии $q_v = 0$ дает распределение температуры в плоской стенке в виде линейной функции

$$t(x) = t_{\text{ст}1} - (t_{\text{ст}1} - t_{\text{ст}2}) \frac{x}{\delta}, \quad (1.21)$$

плотность теплового потока в этом случае постоянна и составляет

$$q = \frac{\lambda}{\delta} (t_{\text{ст}1} - t_{\text{ст}2}). \quad (1.22)$$

2). Случай $\lambda = \lambda(t)$.

Основная трудность решения задач теплопроводности для тел с коэффициентом теплопроводности, зависящим от температуры, связана с тем, что в этом случае уравнение (1.16) является нелинейным. Заменой температуры $t(x)$ на новую функцию $\vartheta(x)$, а именно:

$$\vartheta(x) = \int_{t_{\text{ст}2}}^{t(x)} \lambda(t) dt, \quad (1.23)$$

удается свести (1.16) к линейному дифференциальному уравнению. Применительно к задаче о распределении температуры в пластине без источников тепла последнее уравнение и рассматриваемые здесь граничные условия преобразуются к виду:

$$\frac{d^2 \vartheta}{dx^2} = 0, \quad (1.24)$$

$$\vartheta(0) = \int_{t_{\text{ст}2}}^{t_{\text{ст}1}} \lambda(t) dt, \quad \vartheta(\delta) = 0. \quad (1.25)$$

После интегрирования (1.24) с учетом условий (1.25) найдем выражение для ϑ как функции x :

$$\vartheta(x) = \vartheta(0) \left(1 - \frac{x}{\delta}\right),$$

или, возвращаясь к прежней переменной $t(x)$, получим решение задачи в окончательной форме:

$$\int_{t_{cr2}}^{t(x)} \lambda(t) dt = \left(1 - \frac{x}{\delta}\right) \cdot \int_{t_{cr2}}^{t_{cr1}} \lambda(t) dt. \quad (1.26)$$

Далее, если определить среднеинтегральное значение коэффициента теплопроводности в интервале температур t_{cr2} , t_{cr1} как

$$\lambda_{cp} = \frac{1}{t_{cr1} - t_{cr2}} \int_{t_{cr2}}^{t_{cr1}} \lambda(t) dt, \quad (1.27)$$

то решение (1.26) будет иметь вид:

$$\int_{t_{cr2}}^{t(x)} \lambda(t) dt = \lambda_{cp} (t_{cr1} - t_{cr2}) \left(1 - \frac{x}{\delta}\right). \quad (1.28)$$

Выражение для плотности потока тепла через стенку при такой записи совпадает с (1.22) при замене λ на λ_{cp} , а именно:

$$q = \frac{\lambda_{cp}}{\delta} (t_{cr1} - t_{cr2}). \quad (1.29)$$

Однако в отличие от рассмотренного ранее случая 1) распределение температуры в стенке теперь уже не будет подчиняться линейному закону. Если коэффициент теплопроводности увеличивается с ростом температуры ($d\lambda/dt > 0$), то кривая, описывающая распределение температуры на рис. 1.3, будет выпуклой по отношению к оси x , и, наоборот, вогнутой, если $d\lambda/dt < 0$.

Для цилиндрической и сферической стенок с внутренним радиусом r_1 и наружным r_2 решение уравнений теплопроводности

(1.19), (1.20) при $q_v = 0$ и граничных условиях 1-го рода приводит к аналогичным результатам.

1). Случай $\lambda = \text{const}$:

цилиндрическая стенка –
распределение температуры

$$t(r) = t_{cr1} - (t_{cr1} - t_{cr2}) \frac{\ln \frac{r}{r_1}}{\ln \frac{r_2}{r_1}}, \quad (1.30)$$

тепловой поток на единицу длины стенки (Вт/м)

$$q_l = 2\pi r q(r) = \frac{2\pi\lambda}{\ln \frac{r_2}{r_1}} (t_{cr1} - t_{cr2}); \quad (1.31)$$

сферическая стенка –
распределение температуры

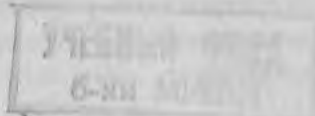
$$t(r) = t_{cr1} - (t_{cr1} - t_{cr2}) \frac{\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r}}{\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2}}, \quad (1.32)$$

полный поток тепла с поверхности стенки (Вт)

$$Q = 4\pi r^2 q(r) = \frac{4\pi\lambda}{\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2}} (t_{cr1} - t_{cr2}). \quad (1.33)$$

2). Случай $\lambda = \lambda(t)$:

цилиндрическая стенка –
распределение температуры



$$\int_{t_{cr2}}^{t(r)} \lambda(t) dt = \lambda_{cp} (t_{cr1} - t_{cr2}) \frac{\ln \frac{r_2}{r}}{\ln \frac{r_2}{r_1}}, \quad (1.34)$$

тепловой поток на единицу длины стенки

$$q_l = 2\pi r q(r) = \frac{2\pi \lambda_{cp}}{\ln \frac{r_2}{r_1}} (t_{cr1} - t_{cr2}); \quad (1.35)$$

сферическая стенка –
распределение температуры

$$\int_{t_{cr2}}^{t(r)} \lambda(t) dt = \lambda_{cp} (t_{cr1} - t_{cr2}) \left(\frac{r_2 - r}{r_2 - r_1} \right) \left(\frac{r_1}{r} \right), \quad (1.36)$$

полный поток тепла с поверхности стенки

$$Q = 4\pi r^2 q(r) = \frac{4\pi \lambda_{cp}}{\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2}} (t_{cr1} - t_{cr2}). \quad (1.37)$$

Для многих материалов в определенном интервале температур достаточно хорошо выполняется линейный закон изменения коэффициента теплопроводности с температурой:

$$\lambda(t) = \lambda_0(1 + \beta t), \quad (1.38)$$

где β – постоянная. В таком случае среднее значение коэффициента теплопроводности λ_{cp} можно принять равным значению λ при средней температуре двух поверхностей стенки, то есть

$$\lambda_{cp} = \lambda_0 \left(1 + \beta \frac{t_{cr1} + t_{cr2}}{2} \right), \quad (1.39)$$

а распределение температуры в стенке можно получить из формул (1.28), (1.34), (1.36), подставив в них выражения (1.38), (1.39).

1.4.2. Передача тепла через плоскую стенку (граничные условия 3-го рода). Коэффициент теплопередачи. Термические сопротивления

Пусть требуется определить плотность потока тепла q через неограниченную плоскую стенку, омываемую с двух сторон потоками жидкости с разной температурой $t_{ж1}$, $t_{ж2}$ (рис. 1.4). Толщина стенки равна δ , коэффициент теплопроводности материала λ , значения коэффициентов теплоотдачи на поверхностях стенки α_1 и α_2 .

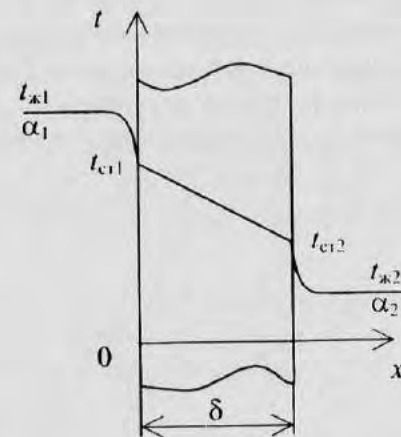


Рис. 1.4. Передача тепла через плоскую стенку (граничные условия 3-го рода)

Если внутреннее тепловыделение в стенке отсутствует, то плотность передаваемого потока тепла определяется уравнениями (1.22) или (1.29), в которых, однако, значения температур

поверхностей стенки $t_{ст1}$, $t_{ст2}$ в рассматриваемой здесь задаче условиями однозначности не заданы. Дополнив эти уравнения граничными условиями 3-го рода (1.14) в виде закона Ньютона – Рихмана (1.15):

$$q = \alpha_1(t_{ж1} - t_{ст1}), \quad (1.40)$$

$$q = \alpha_2(t_{ст2} - t_{ж2}) \quad (1.41)$$

и исключив неизвестные $t_{ст1}$ и $t_{ст2}$, в результате получим

$$q = \frac{t_{ж1} - t_{ж2}}{\frac{1}{\alpha_1} + \frac{\delta}{\lambda} + \frac{1}{\alpha_2}} \quad (1.42)$$

Знаменатель формулы (1.42) представляет собой сумму термических сопротивлений, два из которых, а именно $1/\alpha_1$ и $1/\alpha_2$, – внешние термические сопротивления, или сопротивления теплоотдачи; δ/λ – внутреннее термическое сопротивление плоской стенки. Величина, обратная сумме термических сопротивлений, называется коэффициентом теплопередачи k . Таким образом,

$$q = k(t_{ж1} - t_{ж2}), \quad (1.43)$$

где

$$k = \frac{1}{\frac{1}{\alpha_1} + \frac{\delta}{\lambda} + \frac{1}{\alpha_2}} \quad (1.44)$$

Из выражения (1.44) видно, что для увеличения интенсивности переноса тепла через стенку необходимо уменьшить, прежде всего, наибольшее из термических сопротивлений.

1.4.3. Передача тепла через цилиндрическую, сферическую стенки (граничные условия 3-го рода). Критическая толщина тепловой изоляции

Для цилиндрической стенки (трубы), омываемой изнутри и снаружи потоками жидкости с температурами $t_{ж1}$ и $t_{ж2}$, поток тепла с единицы длины трубы q_l (Вт/м) вычисляется по формуле

$$q_l = k_l(t_{ж1} - t_{ж2}), \quad (1.45)$$

где коэффициент теплопередачи k_l (Вт/(м·К)) также рассчитывается на единицу длины:

$$k_l = \frac{1}{\frac{1}{\pi d_1 \alpha_1} + \frac{1}{2\pi\lambda} \ln \frac{d_2}{d_1} + \frac{1}{\pi d_2 \alpha_2}} \quad (1.46)$$

В формуле (1.46) d_1 и d_2 – внутренний и наружный диаметры трубы; λ – коэффициент теплопроводности материала стенки; α_1 и α_2 – коэффициенты теплоотдачи на внутренней и наружной поверхностях трубы соответственно.

Для сферической стенки аналогичные соотношения для полного потока тепла Q (Вт) и соответствующего ему коэффициента теплопередачи K (Вт/К) записываются следующим образом:

$$Q = K(t_{ж1} - t_{ж2}), \quad (1.47)$$

$$K = \frac{1}{\frac{1}{\pi d_1^2 \alpha_1} + \frac{1}{2\pi\lambda} \left(\frac{1}{d_1} - \frac{1}{d_2} \right) + \frac{1}{\pi d_2^2 \alpha_2}} \quad (1.48)$$

Анализ выражений (1.46) и (1.48) показывает, что увеличение наружного диаметра трубы или сферической оболочки d_2 при фиксированных других параметрах приводит, с одной стороны, к росту внутреннего термического сопротивления стенки, а с другой – к падению внешнего термического сопротивления

теплоотдачи. В итоге оказывается, что при некотором значении d_2 тепловой поток от цилиндрической (сферической) стенки имеет максимум.

В случае цилиндрической стенки тепловой поток q_l максимален при так называемом критическом значении диаметра:

$$d_{2\text{кр}} = 2\lambda / \alpha_2. \quad (1.49)$$

Для сферической стенки тепловой поток Q максимален при

$$d_{2\text{кр}} = 4\lambda / \alpha_2. \quad (1.50)$$

Отмеченная закономерность имеет большое практическое значение. Например, при конструировании электропроводки стремятся выбрать толщину электрической изоляции таким образом, чтобы наружный диаметр изолированного провода был близок к критическому диаметру. Этим обеспечивается максимальная интенсивность охлаждения провода с током и снижение его температуры. Наоборот, в случае трубопроводов с каким-либо теплоносителем обычно желательно, чтобы потери тепла были минимальны. Поэтому для тепловой изоляции трубопроводов выбирают вещество с таким коэффициентом теплопроводности, чтобы критический диаметр был не больше наружного диаметра изолируемой трубы.

1.4.4. Распределение температур в пластинчатых, стержневых и шаровых тепловыделяющих элементах

Если внутри тела действуют внутренние источники тепла, то стационарное распределение температуры в нем при одномерной постановке задачи и постоянных значениях λ и q_v в зависимости от формы тела описывается уравнениями теплопроводности (1.18) – (1.20).

В качестве примера рассмотрим сначала решение задачи о распределении температуры в пластинчатом тепловыделяющем элементе (твэле) с граничными условиями 1-го рода. Пусть боковые поверхности такого твэла, который имеет толщину 2δ ,

поддерживаются при одинаковой и постоянной температуре $t_{\text{ст}}$ (рис. 1.5). Тогда, проинтегрировав дважды уравнение (1.18) по x , при симметричных граничных условиях $t(x = \pm\delta) = t_{\text{ст}}$ получим

$$t(x) = t_{\text{ст}} + \frac{q_v \delta^2}{2\lambda} \left(1 - \frac{x^2}{\delta^2} \right). \quad (1.51)$$

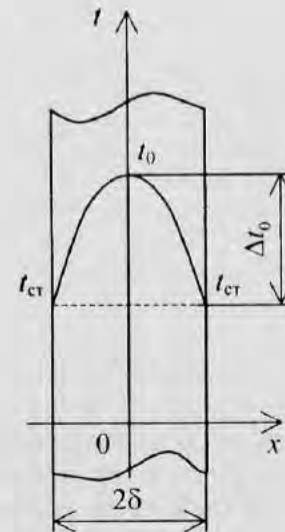


Рис. 1.5. Распределение температуры в пластинчатом тепловыделяющем элементе (граничные условия 1-го рода)

Таким образом, по толщине пластины температура изменяется по параболическому закону, при этом полный перепад температуры внутри твэла составляет

$$\Delta t_0 = t_0 - t_{\text{ст}} = \frac{q_v \delta^2}{2\lambda}. \quad (1.52)$$

В случаях стержневого и шарового твэлов радиусом r_0 с граничными условиями 1-го рода $t(r = r_0) = t_{\text{ст}}$ решение

аналогичных задач теплопроводности (уравнения (1.19) и (1.20)) приводит к следующим результатам:

$$t(r) = t_{cr} + \frac{q_v r_0^2}{4\lambda} \left(1 - \frac{r^2}{r_0^2} \right), \quad (1.53)$$

$$\Delta t_0 = t_0 - t_{cr} = \frac{q_v r_0^2}{4\lambda} \quad (1.54)$$

для стержневого твэла и

$$t(r) = t_{cr} + \frac{q_v r_0^2}{6\lambda} \left(1 - \frac{r^2}{r_0^2} \right), \quad (1.55)$$

$$\Delta t_0 = t_0 - t_{cr} = \frac{q_v r_0^2}{6\lambda} \quad (1.56)$$

для шарового твэла.

Если на поверхности тепловыделяющего элемента заданы граничные условия 3-го рода (1.14), то при определении перепада температуры между центром твэла и охлаждающей жидкостью необходимо учитывать термическое сопротивление теплоотдачи. Например, для пластинчатого твэла (рис. 1.6)

$$\Delta t = t_0 - t_{ж} = \Delta t_0 + \Delta t_a = \frac{q_v \delta^2}{2\lambda} + \frac{q_F}{\alpha} = q_v \delta \left(\frac{\delta}{2\lambda} + \frac{1}{\alpha} \right), \quad (1.57)$$

так как в данном случае плотность теплового потока на поверхности теплообмена $q_F = q_v \delta$.

Составим отношение перепада температуры внутри твэла к перепаду температуры вне него:

$$\frac{\Delta t_0}{\Delta t_a} = \frac{1}{2} \frac{\alpha \delta}{\lambda}. \quad (1.58)$$

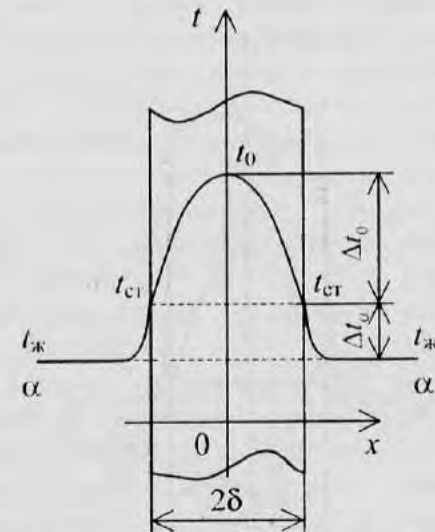


Рис. 1.6. Распределение температуры в пластинчатом тепловыделяющем элементе (граничные условия 3-го рода)

Безразмерный комплекс $Bi = \alpha \delta / \lambda$ называется числом, или критерием Био. В соответствии с соотношением (1.58), если число Био мало, то температура внутри тела изменяется незначительно (весь перепад температур сосредоточен в жидкости), наоборот, при больших числах Био основное изменение температуры происходит внутри тела. Этот факт иллюстрирует рис. 1.7, где показано как влияет критерий Био на распределение температур в пластине с внутренними источниками тепла при симметричном двустороннем охлаждении потоком жидкости.

В общем случае число Био определяется как произведение коэффициента теплоотдачи α на характерный размер тела l , деленное на коэффициент теплопроводности тела λ , или $Bi = \alpha l / \lambda$. Таким образом, число Био представляет собой отношение внутреннего термического сопротивления тела l / λ к внешнему

термическому сопротивлению (сопротивлению теплоотдачи) $1/\alpha$. В задачах, аналогичных рассмотренной выше, для цилиндра и шара $Bi = \alpha r_0/\lambda$.

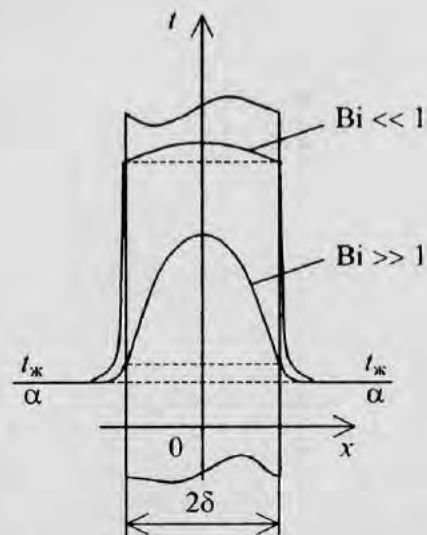


Рис. 1.7. Распределения температур в пластине с внутренними источниками тепла при разных значениях числа Био

1.4.5. Передача тепла через ребра

При передаче тепла от стенки к окружающей жидкости общее термическое сопротивление складывается из частных термических сопротивлений (внутренних и внешних). Если наибольшее из этих сопротивлений является внешним термическим сопротивлением (сопротивлением теплоотдачи), то тепловой поток через стенку можно значительно повысить, увеличивая поверхность теплообмена стенки с окружающей средой со стороны наибольшего термического сопротивления. Это достигается оребрением поверхности. С целью интенсификации теплопередачи ребристые поверхности с ребрами различной конфигурации или профиля (прямые, треугольные, трапециевидные, кольцевые ребра,

а также выступы, штыри и т.д.) находят широкое применение в технике.

Эффективность ребер зависит от большого количества параметров: от высоты ребра, формы и размеров профиля его поперечного сечения, теплопроводности материала ребра, коэффициента теплоотдачи от поверхности ребра в окружающую среду. Наиболее эффективны металлические ребра с высоким значением коэффициента теплопроводности. Если коэффициент теплопроводности материала ребра бесконечно велик, то такое ребро можно считать идеальным. Температура поверхности идеального ребра по всей его высоте постоянна и равна температуре основания. По сравнению с реальными ребрами идеальное ребро при прочих одинаковых условиях рассеивает максимальное количество тепла в окружающую среду $Q_{\max} = \alpha F(t_0 - t_{\text{ж}})$, где α – коэффициент теплоотдачи; F – площадь поверхности ребра, омываемой жидкостью при постоянной температуре $t_{\text{ж}}$; t_0 – температура основания ребра.

Для количественной характеристики эффективности ребра вводится специальный коэффициент E , определяемый как отношение теплового потока Q , передаваемого через данное ребро, к тепловому потоку Q_{\max} , который передавался бы в этих же условиях через идеальное ребро. Таким образом, $E = Q/Q_{\max}$.

В большинстве случаев расчет ребристых поверхностей нагрева затруднен и возможен только на основе численного моделирования задачи или данных эксперимента. Однако для некоторых типов оребрения при определенных упрощающих предположениях удается получить достаточно простые аналитические выражения, позволяющие найти поток тепла через ребро и его эффективность.

Рассмотрим, например, прямое ребро в виде стержня длиной l с произвольным поперечным сечением (рис. 1.8), который омывается жидкостью с постоянной температурой $t_{\text{ж}}$. Будем считать, что площадь поперечного сечения S и периметр Π стержня по длине не меняются, коэффициент теплопроводности материала равен λ , коэффициент теплоотдачи на поверхности стержня – α . Пусть основание стержня $x=0$ поддерживается при постоянной температуре t_0 .

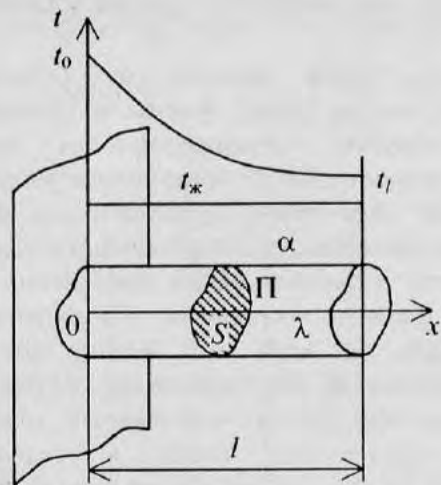


Рис. 1.8. Прямое ребро в виде стержня произвольного поперечного сечения и распределение температуры по длине ребра

Если эквивалентный диаметр стержня $d_{\text{экв}} = 4S/\Pi$ достаточно мал (точнее, мало так называемое поперечное число Био: $Bi = \alpha d_{\text{экв}}/\lambda \ll 1$), то изменением температуры поперек стержня можно пренебречь. В этом случае задача теплопроводности внутри стержня становится одномерной, и распределение температуры вдоль оси x можно найти из дифференциального уравнения

$$\frac{d^2 t}{dx^2} - m^2(t - t_{\text{ж}}) = 0, \quad (1.59)$$

где $m = \sqrt{\alpha\Pi/(\lambda S)}$.

Пренебрегая теплоотдачей с торца стержня, решение уравнения (1.59) получаем в виде

$$\frac{t - t_{\text{ж}}}{t_0 - t_{\text{ж}}} = \frac{\text{ch}m(l - x)}{\text{ch}ml}. \quad (1.60)$$

В стационарном режиме поток тепла от ребра в жидкость равен потоку тепла, передаваемому через основание ребра:

$$Q = -\lambda S \left. \frac{dt}{dx} \right|_{x=0} = (t_0 - t_{\text{ж}}) \sqrt{\lambda S \alpha \Pi} \text{th} ml. \quad (1.61)$$

Поток тепла от идеального ребра в данном случае

$$Q_{\text{макс}} = \alpha \Pi l (t_0 - t_{\text{ж}}). \quad (1.62)$$

Таким образом, коэффициент эффективности прямого ребра

$$E = \frac{Q}{Q_{\text{макс}}} = \frac{\text{th} ml}{ml}. \quad (1.63)$$

В качестве другого примера рассмотрим расчет теплопроводности кольцевого ребра постоянной толщины (рис. 1.9). Такие ребра применяются при оребрении труб с целью интенсификации теплопередачи.

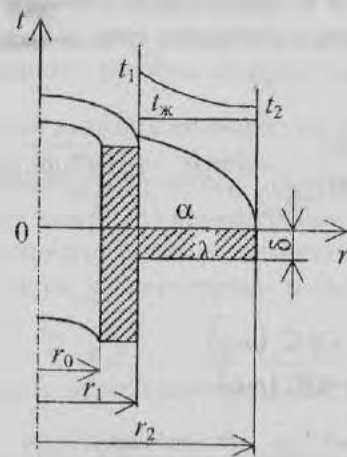


Рис. 1.9. Кольцевое ребро постоянной толщины и распределение температуры по высоте ребра

Если ребро достаточно "тонкое" ($Bi = \alpha\delta/\lambda \ll 1$), то можно принять, что температура изменяется лишь в направлении радиуса. Тогда распределение температуры в ребре описывается уравнением Бесселя:

$$\frac{d^2 t}{dr^2} + \frac{1}{r} \frac{dt}{dr} - m^2(t - t_{ж}) = 0, \quad (1.64)$$

где $m = \sqrt{2\alpha/(\lambda\delta)}$.

Принимая температуру в основании ребра ($r = r_1$) равной t_1 и пренебрегая теплоотдачей с торца ребра ($r = r_2$), получаем решение уравнения (1.64) в виде

$$\frac{t - t_{ж}}{t_1 - t_{ж}} = \frac{I_0(mr) + \beta K_0(mr)}{I_0(mr_1) + \beta K_0(mr_1)}, \quad (1.65)$$

где $\beta = \frac{I_1(mr_2)}{K_1(mr_2)}$, I_0 , K_0 , I_1 и K_1 — табулированные бesselовы (цилиндрические) функции.

Так же, как и в предыдущем примере поток тепла от ребра окружающей жидкости равен потоку тепла, передаваемому через основание ребра:

$$Q = -2\pi r_1 \delta \lambda \left. \frac{dt}{dr} \right|_{r=r_1} = 2\pi r_1 (t_1 - t_{ж}) \sqrt{2\alpha\delta\lambda} \psi, \quad (1.66)$$

где

$$\psi = \frac{-I_1(mr_1) + \beta K_1(mr_1)}{I_0(mr_1) + \beta K_0(mr_1)}. \quad (1.67)$$

Имея в виду, что поток тепла от идеального кольцевого ребра

$$Q_{\max} = 2\pi(r_2^2 - r_1^2)\alpha(t_1 - t_{ж}), \quad (1.68)$$

для коэффициента эффективности получим следующее выражение:

$$E = \frac{Q}{Q_{\max}} = \frac{2\psi}{mr_1 \left[\left(\frac{r_2}{r_1} \right)^2 - 1 \right]}. \quad (1.69)$$

1.5. Нестационарные процессы теплопроводности

Нестационарность тепловых процессов обуславливается изменением внутренней энергии тела и всегда связана с явлениями его прогрева или охлаждения. Среди задач нестационарной теплопроводности на практике важнейшее значение имеют два случая: 1) с течением времени тело стремится к тепловому равновесию с окружающей средой (переходный процесс); 2) под действием внешних возмущений температура тела претерпевает периодические изменения (периодический процесс).

В неустановившемся (нестационарном) режиме распределение температур в теле меняется со временем, поэтому аналитическое исследование процесса теплопроводности сводится к изучению пространственно-временного изменения температуры тела. Дифференциальное уравнение, решение которого позволяет найти температурное поле в задачах нестационарной теплопроводности (уравнение (1.10) или (1.11)), по сравнению с уравнением (1.16) или (1.17) для стационарного режима содержит дополнительный член $\rho c_p \frac{\partial t}{\partial \tau}$, учитывающий аккумуляющую способность тела.

В отличие от стационарного процесса условия однозначности для уравнений типа (1.10) или (1.11) кроме граничных условий 1, 2 или 3-го рода должны включать также распределение температуры в рассматриваемой области в некоторый (обычно начальный) момент времени.

1.5.1. Теплопроводность в полуограниченном массиве

Рассмотрим тело, простирающееся в бесконечность в направлении осей $\pm y$, $\pm z$ и $+x$ и ограниченное плоскостью, перпендикулярной к оси x при $x = 0$. Такое тело принято называть

полуограниченным. Если теплофизические свойства тела не зависят от температуры, внутренние источники теплоты отсутствуют, а поле температуры в любой момент времени предполагается одномерным, то соответствующее уравнение нестационарной теплопроводности имеет вид:

$$\frac{\partial t(x, \tau)}{\partial \tau} = a \frac{\partial^2 t(x, \tau)}{\partial x^2},$$

где a – коэффициент температуропроводности материала тела. Примером полуограниченного тела может служить длинная стержень, боковая поверхность которого имеет идеальную тепловую изоляцию (рис. 1.10, а).

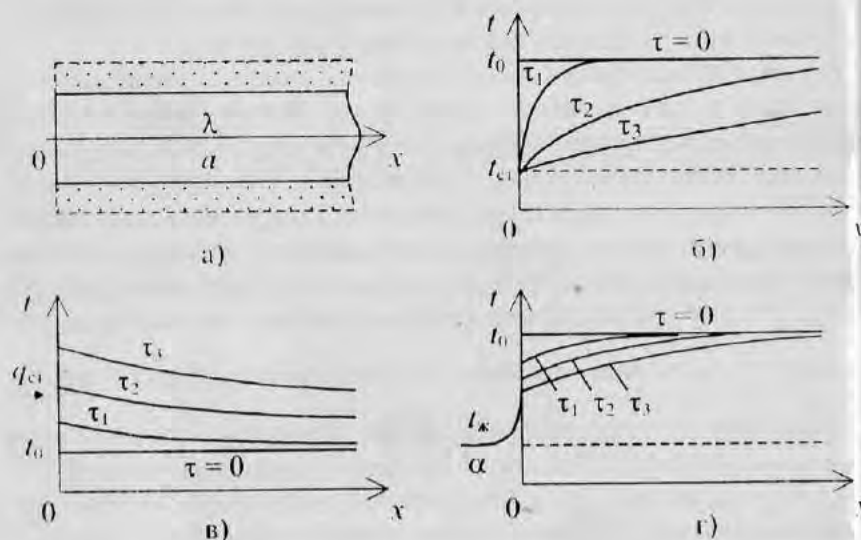


Рис. 1.10. Математическая модель полуограниченного тела (а) и распределение температуры в нем в различные моменты времени для разного рода граничных условий (б, в, г – 1, 2, 3-го рода соответственно)

Уравнение (1.70) является линейным однородным дифференциальным уравнением второго порядка в частных производных и имеет бесчисленное множество частных решений. Чтобы решить конкретную задачу, т.е. найти распределение температуры $t(x, \tau)$ в рассматриваемом теле для каждого момента времени $\tau > 0$, необходимо задать условия однозначности, а именно начальный вид функции $t(x, 0) = f(x)$ и два граничных условия. Одно из граничных условий задается на поверхности тела $x = 0$. Оно может быть 1, 2 или 3-го рода.

Граничное условие 1-го рода (рис. 1.10, б) состоит в том, что температура тела при $x = 0$ внезапно изменяется от начальной величины до некоторого другого значения, которое затем остается постоянным:

$$t(0, \tau) = t_{ct} = \text{const.} \quad (1.71)$$

В случае граничного условия 2-го рода (рис. 1.10, в) принимается, что в момент времени $\tau = 0$ граница тела $x = 0$ подвергается воздействию теплового потока плотностью q_{ct} , который впоследствии не изменяется:

$$-\lambda \frac{\partial t(0, \tau)}{\partial x} = q_{ct} = \text{const.} \quad (1.72)$$

Граничное условие 3-го рода (рис. 1.10, г) означает, что в начальный момент времени поверхность тела при $x = 0$ начинает охлаждаться (или нагреваться) жидкостью с постоянной температурой $t_ж$ по закону конвекции:

$$\lambda \frac{\partial t(0, \tau)}{\partial x} = \alpha [t(0, \tau) - t_ж], \quad (1.73)$$

где α – коэффициент конвективной теплоотдачи.

Поскольку второй границы у полуограниченного тела не существует, в качестве второго условия, определяющего поведение функции $t(x, \tau)$ при изменении координаты x , принимают, что на

бесконечно большом удалении от поверхности $x = 0$ температура тела не изменяется, или

$$\frac{\partial t(\infty, \tau)}{\partial x} = 0.$$

Для отмеченных выше трех типов граничных условий решения задачи о распределении температуры в полуограниченном теле можно найти операционным методом (методом преобразования Лапласа) [8]. Если в начальный момент времени температур полуограниченного тела всюду одинакова и равна t_0 , то эти решения записываются следующим образом:

1) граничные условия 1-го рода –

$$t(x, \tau) = t_{cr} + (t_0 - t_{cr}) \operatorname{erf}\left(\frac{x}{2\sqrt{a\tau}}\right);$$

2) граничные условия 2-го рода –

$$t(x, \tau) = t_0 + \frac{q_{cr}}{\lambda} \left\{ \frac{2\sqrt{a\tau}}{\sqrt{\pi}} \exp\left(-\frac{x^2}{4a\tau}\right) - x \left[1 - \operatorname{erf}\left(\frac{x}{2\sqrt{a\tau}}\right) \right] \right\};$$

3) граничные условия 3-го рода –

$$t(x, \tau) = t_0 - (t_0 - t_{*}) \left\{ 1 - \operatorname{erf}\left(\frac{x}{2\sqrt{a\tau}}\right) - \exp\left(\frac{\alpha x}{\lambda} + \frac{\alpha^2}{\lambda^2} a\tau\right) \left[1 - \operatorname{erf}\left(\frac{x}{2\sqrt{a\tau}} + \frac{\alpha}{\lambda} \sqrt{a\tau}\right) \right] \right\}.$$

формулах (1.75) – (1.77) $\operatorname{erf}(u) = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_0^u \exp(-u^2) du$ –

табулированная функция ошибок Гаусса.

Характер изменения температуры тела по координате x в различные моменты времени τ , соответствующий решениям (1.75) – (1.77), изображен на рис. 1.10.

1.5.2. Теплопроводность неограниченной пластины, бесконечно длинного цилиндра, шара

На практике часто встречаются задачи, когда требуется рассчитать переходный тепловой процесс, обусловленный нагреванием или охлаждением твердого тела в окружающей среде, температура которой отличается от первоначальной температуры тела. Если до начала теплового воздействия температура тела t была везде одинакова и равна t_0 , а температура окружающей среды t_{*} не изменяется со временем, то распределение температуры в любой момент времени τ для тела с постоянными теплофизическими свойствами можно описать уравнением теплопроводности

$$\frac{\partial t}{\partial \tau} = a \operatorname{div}(\operatorname{grad} t) \quad (1.78)$$

с начальным условием

$$t = t_0 = \text{const} \quad \text{при } \tau = 0 \quad (1.79)$$

и условием на границах тела

$$-\lambda \frac{\partial t}{\partial n} \Big|_F = \alpha (t_F - t_{*}), \quad (1.80)$$

где n – внешняя нормаль к поверхности тела F ; α – коэффициент теплоотдачи к окружающей среде.

Рассмотрим одномерные задачи нестационарно теплопроводности для тел простейшей геометрической формы наиболее часто встречающихся на практике (рис. 1.11).

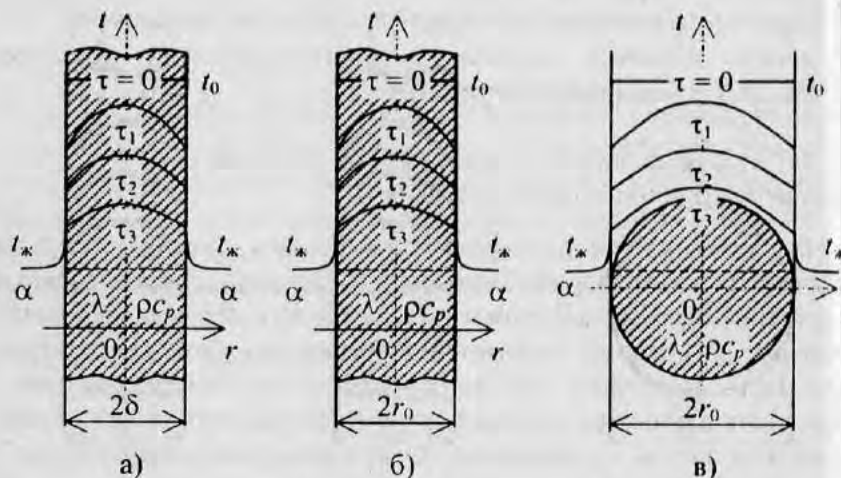


Рис. 1.11. Изменение температурного поля при охлаждении тел простейшей геометрической формы в среде с постоянной температурой: а – неограниченная пластина; б – бесконечно длинный цилиндр; в – сплошной шар

Применительно к телам, показанным на рис. 1.11, систем уравнений (1.78) – (1.80) можно преобразовать к следующему безразмерному виду:

$$\frac{\partial \Theta}{\partial Fo} = \frac{1}{\xi^m} \frac{\partial}{\partial \xi} \left(\xi^m \frac{\partial \Theta}{\partial \xi} \right),$$

$$\Theta = 1 \quad \text{при } Fo = 0,$$

$$\frac{\partial \Theta}{\partial \xi} = 0 \quad \text{при } \xi = 0,$$

$$\frac{\partial \Theta}{\partial \xi} + Bi \Theta = 0 \quad \text{при } \xi = 1. \quad (1.84)$$

Здесь $\Theta = \frac{t - t_{ж}}{t_0 - t_{ж}}$ – безразмерная температура; ξ – обобщенная

безразмерная координата, равная x/δ для пластины, r/r_0 – для цилиндра и шара; Fo – число Фурье ($a\tau/\delta^2$ – для пластины, $a\tau/r_0^2$ – для цилиндра и шара); Bi – число Био ($\alpha\delta/\lambda$ – для пластины, $\alpha r_0/\lambda$ – для цилиндра и шара). Нетрудно заметить, что в уравнении теплопроводности (1.81) необходимо положить $m = 0$ в случае пластины, $m = 1$ – для цилиндра и $m = 2$ – для шара. Остальные уравнения отражают начальное условие (уравнение (1.82)), условие симметрии температурного поля относительно центральной плоскости пластины или условие ограниченности температуры на оси цилиндра и в центре шара (уравнение (1.83)), граничное условие на поверхности теплообмена с окружающей средой (уравнение (1.84)).

Для решения задач типа (1.81) – (1.84) чаще всего применяют хорошо известный классический метод разделения переменных, или метод Фурье, использование которого в рассматриваемом случае приводит к следующему результату [8]:

$$\Theta = \sum_{k=1}^{\infty} A_k \Psi_k(\mu_k \xi) \exp(-\mu_k^2 Fo), \quad (1.85)$$

где μ_k и $\Psi_k(\mu_k \xi)$ – собственные числа и собственные функции задачи

$$\frac{1}{\xi^m} \frac{\partial}{\partial \xi} \left(\xi^m \frac{\partial \Psi_k}{\partial \xi} \right) + \mu_k^2 \Psi_k = 0, \quad (1.86)$$

$$\frac{\partial \Psi_k}{\partial \xi} = 0 \quad \text{при } \xi = 0, \quad (1.87)$$

$$\frac{\partial \Psi_k}{\partial \xi} + Bi \Psi_k = 0 \quad \text{при } \xi = 1;$$

A_k – коэффициенты, которые выбираются таким образом, чтобы удовлетворить начальному условию (1.82):

$$1 = \sum_{k=1}^{\infty} A_k \Psi_k(\mu_k \xi).$$

Вид собственных функций Ψ_k и характеристических уравнений для определения собственных значений μ_k , которые получают при решении задачи (1.86) – (1.88) для каждой конкретной формы твердого тела, а также формулы для расчета коэффициентов A_k приведены в табл. 1.1.

Т а б л и ц а 1.
Характеристики уравнения (1.85)

Форма тела	Собственные функции Ψ_k	Коэффициенты A_k	Характеристическое уравнение
Пластина $\xi = x/\delta,$ $Bi = \alpha\delta/\lambda,$ $Fo = \alpha t/\delta^2$	$\cos(\mu_k \xi)$	$\frac{2 \sin \mu_k}{\mu_k + \sin \mu_k \cos \mu_k}$	$\frac{\mu_k}{Bi} = \operatorname{ctg} \mu_k$
Цилиндр $\xi = r/r_0,$ $Bi = \alpha r_0/\lambda,$ $Fo = \alpha t/r_0^2$	$J_0(\mu_k \xi)^*$	$\frac{2 J_1(\mu_k)^*}{\mu_k [J_0^2(\mu_k) + J_1^2(\mu_k)]}$	$\frac{\mu_k}{Bi} = \frac{J_0(\mu_k)}{J_1(\mu_k)}$
Шар $\xi = r/r_0,$ $Bi = \alpha r_0/\lambda,$ $Fo = \alpha t/r_0^2$	$\frac{\sin(\mu_k \xi)}{\mu_k \xi}$	$\frac{2(\sin \mu_k - \mu_k \cos \mu_k)}{\mu_k - \sin \mu_k \cos \mu_k}$	$\frac{\mu_k}{1 - Bi} = \operatorname{tg} \mu_k$

* J_0, J_1 – табулированные бесселевы (цилиндрические) функции.

Из совокупности представленных зависимостей следует, что критерии Био и Фурье являются важными параметрами, которые определяют поле температуры в твердом теле при его охлаждении

или нагревании в среде с постоянной температурой. На практике наибольший интерес представляют значения температуры в некоторых характерных точках тела, а именно в его середине ($\xi = 0$) и на поверхности теплообмена с окружающей средой ($\xi = 1$). Для удобства инженерных расчетов составлены и имеются специальные номограммы (см., например [6, 8]), по которым при заданных числах Био и Фурье легко определить изменение относительных избыточных температур $\Theta(Bi, Fo)$ в нестационарном тепловом процессе для указанных точек неограниченной пластины, бесконечно длинного цилиндра и сплошного шара.

1.5.3. Регулярные режимы нестационарной теплопроводности

Наблюдения за процессами нагревания или охлаждения тел в окружающей среде показывают, что спустя некоторый промежуток времени наступает так называемый регулярный режим теплопроводности, который характеризуется определенными закономерностями. В стадии регулярного режима начальные условия перестают играть существенную роль и поле безразмерной избыточной температуры остается по форме подобным себе во времени. При этом тепловое состояние тела целиком определяется теплофизическими характеристиками вещества, формой и размерами тела, а также условиями теплообмена на его границах.

Различают регулярные тепловые режимы трех видов. Если температура окружающей среды не меняется со временем ($t_{\infty} = \text{const}$), то наблюдается экспоненциальный тепловой режим, или регулярный режим 1-го рода. При изменении температуры жидкости с постоянной скоростью ($dt_{\infty}/dt = \text{const}$) через некоторое время наступает линейный тепловой режим, или регулярный режим 2-го рода. Наконец, в случае изменения температуры жидкости по какому-либо периодическому закону реализуется регулярный режим 3-го рода (температурные, или тепловые волны).

О существовании регулярного теплового режима 1-го рода свидетельствует, например, форма представленных выше решений нестационарного уравнения теплопроводности для тел простой геометрии (неограниченной пластины, бесконечно длинного

цилиндра, шара) (см. уравнение (1.85)). Действительно, при достаточно больших числах Фурье ($Fo \geq Fo_*$) все члены ряда (1.85) становятся пренебрежимо малыми по сравнению с первым членом следовательно, решение значительно упрощается и имеет вид

$$\Theta = A_1 \Psi_1(\mu_1, \xi) \exp(-\mu_1^2 Fo). \quad (1.90)$$

Таким образом, тепловой процесс в неограниченной пластине (бесконечно длинном цилиндре, шаре) со временем постепенно переходит из стадии неупорядоченной, "иррегулярной", в стадию упорядоченную, т.е. становится регулярным.

Закон изменения температурного поля в теле в стадии регулярного режима 1-го рода всегда выражается простой экспоненциальной формой типа (1.90), которая в общем случае может быть записана в виде

$$\Theta = A \Phi_1(x, y, z) \exp(-m\tau). \quad (1.91)$$

Величину m в выражении (1.91) называют темпом регулярного режима. В частности, для неограниченной пластины $m = \frac{\mu_1^2 a}{\delta^2}$, для

бесконечно длинного цилиндра, а также шара $m = \frac{\mu_1^2 a}{r_0^2}$.

Логарифмируя (1.91), получаем:

$$\ln \Theta = G(x, y, z) - m\tau, \quad (1.92)$$

где $G(x, y, z) = \ln[A \Phi_1(x, y, z)]$ – функция только координат. Отсюда следует, что темп регулярного режима m характеризует относительную скорость изменения Θ :

$$m = - \frac{1}{\Theta} \frac{\partial \Theta}{\partial \tau}. \quad (1.93)$$

Эта величина – постоянное число, не зависящее ни от координат, ни от времени. Значение m легко найти из графика, построив на нем зависимость относительной избыточной температуры от времени для любой из точек тела в полулогарифмических координатах (рис. 1.12). Тогда при $\tau \geq \tau_* = Fo_* \delta^2 / a$ темп регулярного режима можно вычислить по наклону прямой:

$$m = - \operatorname{tg} \varphi = \frac{\ln \Theta_1 - \ln \Theta_2}{\tau_2 - \tau_1}. \quad (1.94)$$

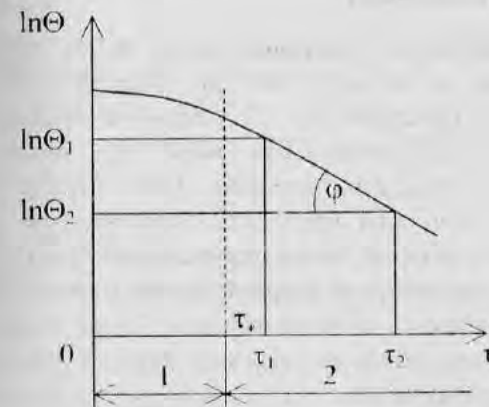


Рис. 1.12. Зависимость логарифма относительной избыточной температуры тела от времени: 1 – начальный период, 2 – регулярный тепловой режим

В стадии регулярного теплового режима 2-го рода температура тела изменяется со временем по линейному закону:

$$\Theta = \Phi_2(x, y, z) \pm m\tau. \quad (1.95)$$

В качестве примера регулярного режима теплопроводности 3-го рода рассмотрим случай, когда поверхность полуограниченного тела ($x > 0$) испытывает гармонические колебания температуры около нулевого значения по закону $i(0, \tau) = l_{\max} \cos \omega \tau$, где l_{\max} –

амплитуда; $\omega = 2\pi/T$ – круговая частота; T – период колебаний. При $x \rightarrow \infty$ $t = 0$. При таких граничных условиях решение уравнения теплопроводности (1.70) имеет вид температурной волны с убывающей по x амплитудой и сдвигом по фазе колебаний температуры:

$$t(x, \tau) = t_{\max} \exp\left(-\sqrt{\frac{\omega}{2a}} x\right) \cos\left(\omega\tau - \sqrt{\frac{\omega}{2a}} x\right). \quad (1.96)$$

1.5.4. Теплопередача тел при пренебрежимо малом внутреннем термическом сопротивлении

Существует довольно обширный класс задач нестационарной теплопроводности, в которых можно пренебречь изменением температуры по пространству и охарактеризовать тепловое состояние тела одинаковым для всех его точек значением температуры как функции времени. При передаче тепла от твердого тела к жидкости градиенты температуры внутри тела будут существенно меньше, чем в окружающей среде в том случае, если внутреннее термическое сопротивление мало по сравнению с внешним термическим сопротивлением, или сопротивлением теплоотдачи. Таким образом, количественной характеристикой процесса теплопередачи при малом изменении температуры по пространству можно считать условие

$$Bi = \alpha l / \lambda \ll 1, \quad (1.97)$$

так как именно число Био Bi представляет собой отношение внутреннего термического сопротивления l/λ к внешнему $1/\alpha$. В выражении (1.97) l – характерный линейный размер твердого тела. Для тел неправильной формы характерный линейный размер часто определяется как отношение объема тела V к площади его поверхности F , т.е. $l = V/F$.

Если число Био значительно меньше единицы, то уравнение теплопроводности в частных производных заменяется обыкновенным дифференциальным уравнением, решить которое обычно не представляет особого труда. Для того чтобы получить

это уравнение, рассмотрим тело произвольной формы (рис. 1.13), погруженное в жидкость.

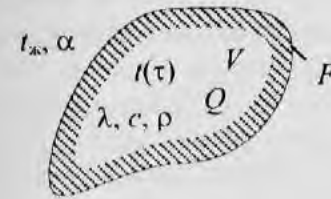


Рис. 1.13. Математическая модель твердого тела с пренебрежимо малым внутренним термическим сопротивлением ($Bi = \alpha l / \lambda \ll 1$)

Из баланса тепла для твердого тела следует, что изменение аккумулярованной в теле энергии должно быть равно количеству тепла, выделяемого внутри тела или подводимого к нему извне, за вычетом теплового потока, отводимого в жидкость конвекцией:

$$c\rho V \frac{dt}{d\tau} = Q - \alpha F(t - t_{\text{ж}}). \quad (1.98)$$

Здесь, $c\rho V$ – полная теплоемкость тела; αF – тепловая проводимость на границе “твердое тело – жидкость”. В уравнении (1.98) мощность внутренних или внешних источников тепла Q и температура жидкости $t_{\text{ж}}$ в общем случае могут быть функциями времени. Решение уравнения (1.98) вместе с заданным начальным условием позволяет определить мгновенную температуру тела $t(\tau)$ во всех точках, включая его поверхность, поскольку предполагается, что внутреннее термическое сопротивление пренебрежимо мало.

В качестве примера рассмотрим задачу о нагревании (охлаждении) тела произвольной формы без источников тепла в жидкости с постоянной температурой. Если теплофизические параметры тела (c, ρ) и коэффициент теплоотдачи постоянны, то решение уравнения (1.98) с начальным условием $t(0) = t_0$ приводит к экспоненциальной зависимости

$$t = t_0 \exp(-m\tau), \quad (1.99)$$

где $\Theta = t - t_{ж}$ – разность температур тела и жидкости (избыточная температура тела); $\Theta_0 = t_0 - t_{ж}$ – разность температур в начальный момент времени; $m = \alpha F / (c\rho V)$ – темп нагревания (охлаждения) равный отношению тепловой проводимости на внешней границе тела к полной его теплоемкости. Показатель степени в выражении (1.99) можно представить как произведение двух безразмерных чисел, а именно критериев Био $Bi = \alpha l / \lambda$ и Фурье $Fo = \alpha \tau / l^2$, если в качестве характерного размера тела l выбрать отношение V/F . Таким образом, в безразмерном виде решение поставленной задачи запишется как

$$\Theta = \frac{t - t_{ж}}{t_0 - t_{ж}} = \exp(-BiFo).$$

2. КОНВЕКТИВНЫЙ ТЕПЛООБМЕН В ОДНОФАЗНОЙ СРЕДЕ

Конвективным теплообменом называется процесс обмена энергией между движущейся средой (потоком жидкости или газа) и границей раздела, которая обычно представляет собой неподвижную твердую поверхность (стенку). При конвекции перенос теплоты всегда осуществляется как движущейся средой, так и чисто молекулярным путем за счет теплопроводности жидкости. При высоких температурах заметную роль может играть и тепловое излучение.

Конвекция может быть вынужденной или естественной. Вынужденная конвекция происходит при наличии какого-либо внешнего источника движения, например насоса или вентилятора. Если же движение жидкости вызывается действием неоднородного поля массовых сил, приложенных к частицам жидкости внутри системы, то такой процесс называют свободной, или естественной конвекцией. Типичным примером естественной конвекции является движение жидкости, обусловленное различием ее плотности в разных точках пространства вследствие наличия разностей температуры.

Интенсивность конвективного теплообмена в значительной степени определяется характером движения жидкости вблизи поверхности нагретого тела. Существует два основных режима течения: ламинарный и турбулентный. При ламинарном режиме течение имеет спокойный, струйчатый характер, при турбулентном – движение неупорядоченное, вихревое. В определенных условиях режим течения изменяется при некотором значении скорости, которое называется критическим. Однако в общем случае режим течения зависит не только от скорости w , но и от характерного размера l обтекаемого тела или канала, в котором движется жидкость, а также от коэффициента кинематической вязкости жидкости ν . Безразмерная комбинация из этих трех величин, а именно критерий, или число, Рейнольдса $Re = wl/\nu$ и определяет переход от ламинарного режима движения к турбулентному. Например, при течении жидкости в трубах изменение режима происходит при критическом значении числа

Рейнольдса $Re_{кр} = wd/\nu \approx 2 \cdot 10^3$. Здесь характерный размер — внутренний диаметр трубы d .

2.1. Плотность теплового потока на поверхности теплообмена и коэффициент теплоотдачи

Основная задача теории конвективного теплообмена — установление связи между плотностью теплового потока теплоотдающей (или тепловоспринимающей) поверхности и температурой последней $t_{ст}$ и температурой жидкости $t_{ж}$ (рис. 2.1). Температура жидкости изменяется в потоке и в общем случае может зависеть от времени, т.е. является функцией $t_{ж} = t_{ж}(x, y, z)$. Непосредственно вблизи поверхности теплообмена существует заторможенный вследствие действия сил вязкости тонкий слой жидкости (на самой стенке скорость движения жидкости равна нулю). Передача тепла через этот слой осуществляется, главным образом, теплопроводностью, поэтому в соответствии с законом Био — Фурье на самой стенке плотность теплового потока

$$q_F = -\lambda_{ж} \left. \frac{\partial t}{\partial n} \right|_{n=0}, \quad (2.1)$$

где n — внешняя нормаль к поверхности теплообмена; $\lambda_{ж}$ — коэффициент теплопроводности жидкости. С другой стороны согласно закону Ньютона — Рихмана (1.15)

$$q_F = \alpha(t_{ст} - t_{ж}),$$

где α — коэффициент теплоотдачи, характеризующий интенсивность теплообмена между стенкой и жидкостью. Из уравнений (2.1) и (2.2) следует, что

$$\alpha = \frac{-\lambda_{ж} \left. \frac{\partial t}{\partial n} \right|_{n=0}}{t_{ст} - t_{ж}}.$$

Таким образом, для вычисления плотности теплового потока на стенке q_F или коэффициента теплоотдачи α необходимо знать распределение температуры в потоке жидкости.

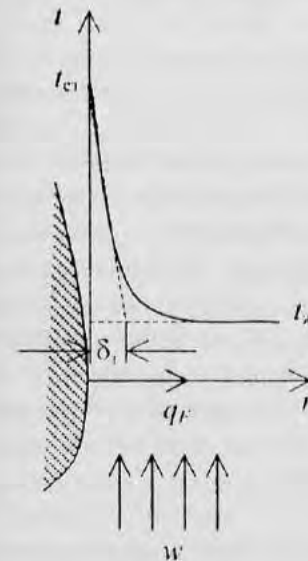


Рис. 2.1. К определению коэффициента теплоотдачи

Основное изменение температуры жидкости от значения на стенке $t_{ст}$ до значения в потоке $t_{ж}$ обычно происходит в некоторой (достаточно узкой) области, называемой тепловым пограничным слоем. В первом приближении можно принять

$$\left. \frac{\partial t}{\partial n} \right|_{n=0} \approx -\frac{t_{ст} - t_{ж}}{\delta_T}, \quad (2.4)$$

где δ_T — толщина теплового пограничного слоя. Следовательно,

$$\alpha \approx \frac{\lambda_{ж}}{\delta_{\tau}}$$

Уравнение (2.5) можно использовать только для качественных оценок. В частности, из него следует, что для увеличения коэффициента теплоотдачи желательно использовать жидкости с высоким значением коэффициента теплопроводности и принимать меры, способствующие уменьшению толщины теплового пограничного слоя. К таким мерам можно отнести увеличение скорости течения и плотности жидкости, уменьшение ее вязкости, создание внешних возмущений потока, использование шероховатых поверхностей и др. В зависимости от этих факторов значение коэффициента теплоотдачи при конвективном теплообмене изменяется в широких пределах. Так, при естественной конвекции газов $\alpha \approx 5 - 30 \text{ Вт}/(\text{м}^2 \cdot \text{К})$, для воды при тех же условиях $10^2 - 10^3$, при вынужденном течении газов $10 - 500$, воды $500 - 2 \cdot 10^4$, при кипении воды $2 \cdot 10^3 - 4 \cdot 10^4$, для жидких металлов $10^2 - 3 \cdot 10^4$.

2.2. Основные уравнения конвективного теплообмена

Поскольку в условиях конвекции скорость движения жидкости является одним из определяющих факторов, постановка задачи конвективного теплообмена должна включать не только уравнение переноса энергии, описывающее поле температур в потоке жидкости, но и уравнения гидродинамики, позволяющие получить распределение скоростей и давлений в рассматриваемой области течения.

В большинстве задач конвективного теплообмена вначале обычно должна быть решена гидродинамическая задача. Исключения составляют те случаи, когда поля скоростей и температур в потоке жидкости полностью сопряжены друг с другом. Системы уравнений, используемые для описания течений жидкостей, подробно рассматриваются в соответствующих курсах гидродинамики [9].

Движение вязкой жидкости, как известно, описывается уравнениями Навье – Стокса и уравнением неразрывности

которые для случая несжимаемой среды с постоянными физическими свойствами можно представить в виде

$$\rho \left[\frac{\partial \vec{w}}{\partial t} + (\vec{w}, \text{grad}) \vec{w} \right] = \vec{F} - \text{grad } p + \mu \nabla^2 \vec{w}; \quad (2.6)$$

$$\text{div } \vec{w} = 0, \quad (2.7)$$

где левая часть уравнения (2.6) характеризует силы инерции, действующие в потоке жидкости, первый член справа описывает действие массовых сил (в частном случае сил веса $\vec{F} = \rho \vec{g}$), второй – действие разницы сил давления, а третий – действие разницы сил вязкого трения. Уравнение (2.6) – векторное и имеет три проекции на соответствующие оси координат. Эти проекции в совокупности со скалярным уравнением неразрывности (2.7) составляют систему из 4-х уравнений, которая содержит четыре неизвестные величины p, w_x, w_y, w_z и является замкнутой.

Уравнение переноса энергии в неравномерно нагретом потоке жидкости можно вывести, исходя из соображений баланса тепла аналогично тому, как это было сделано при выводе уравнения для процессов теплопроводности (см. п. 1.2). Для изобарических условий, если предположить, что течение жидкости происходит с умеренной скоростью, когда можно пренебречь кинетической энергией потока и теплотой трения, в качестве исходного можно использовать уравнение (1.9). Так как при конвекции жидкость переносит энтальпию и одновременно осуществляется процесс теплопроводности, то вектор плотности теплового потока \vec{q} в уравнении (1.9) должен быть представлен суммой

$$\vec{q} = -\lambda \text{grad } t + \rho \vec{w} h, \quad (2.8)$$

где λ и ρ – коэффициент теплопроводности и плотность жидкости соответственно; h – удельная энтальпия, рассчитанная на единицу массы и выраженная в Дж/кг. Таким образом, вместо уравнения (1.10) в данном случае будем иметь

$$\rho c_p \frac{\partial t}{\partial \tau} + \operatorname{div}(\rho \vec{w} h) = \operatorname{div}(\lambda \operatorname{grad} t) + q_v,$$

или так как

$$\operatorname{div}(\rho \vec{w} h) = h \operatorname{div}(\rho \vec{w}) + \rho \vec{w} \operatorname{grad} h,$$

$$\operatorname{grad} h = c_p \operatorname{grad} t,$$

с учетом уравнения неразрывности (2.7) получим

$$\rho c_p \left(\frac{\partial t}{\partial \tau} + \vec{w} \operatorname{grad} t \right) = \operatorname{div}(\lambda \operatorname{grad} t) + q_v. \quad (2.10)$$

В стационарном режиме $\partial t / \partial \tau = 0$. Если коэффициент теплопроводности жидкости постоянен ($\lambda = \text{const}$) и внутренние источники тепла в потоке отсутствуют ($q_v = 0$), то уравнение конвективного теплообмена в движущейся среде имеет значительно более простой вид, а именно:

$$\vec{w} \operatorname{grad} t = a \nabla^2 t, \quad (2.11)$$

где a – коэффициент температуропроводности жидкости.

2.3. Условия однозначности для процессов конвективного теплообмена

Так же, как и в теории теплопроводности (см. п. 1.3) условия однозначности процессов конвективного теплообмена включают геометрические, физические, временные и граничные условия. Смысл и назначение этих условий в общем аналогичны рассмотренным выше в п. 1.3, следует только отметить, что в данном случае условия однозначности формулируются не только для тепловых, но и для гидродинамических величин. Так, например, во временных условиях указывается начальное

(2.9) распределение как температуры, так и скорости в потоке; граничные условия задают распределение либо температуры, либо плотности теплового потока на поверхности теплообмена; касательная составляющая вектора скорости на ней принимается равной нулю (условие прилипания жидкости к стенке); нормальная составляющая может быть отличной от нуля заданной величиной.

2.4. Соотношение аналитических и экспериментальных методов решения задач конвективного теплообмена

Решение представленной выше сложной системы дифференциальных уравнений конвективного теплообмена, включающей уравнение движения (2.6), уравнение неразрывности (2.7) и уравнение энергии (2.10), аналитическими методами возможно лишь для ограниченного числа простейших задач при тех или иных упрощающих допущениях. Такие приближенные решения далеко не всегда достаточно надежны и не могут быть положены в основу технических расчетов без тщательной проверки результатов расчета путем их сопоставления с данными эксперимента. Эксперимент остается единственным способом получения необходимых расчетных соотношений для сложных процессов конвективного теплообмена, когда последовательное аналитическое решение задачи оказывается вообще невозможным. Однако в экспериментах изучаются некоторые единичные явления и поэтому возникает вопрос о возможности распространения полученных экспериментальных данных на процессы, родственные изучаемому. Ответ на этот вопрос дает теория подобия, которая по существу является научной основой постановки экспериментов и обобщения результатов опытного изучения различных физических процессов.

2.5. Основы теории подобия и метода анализа размерностей

2.5.1. Понятие физического подобия. Основные определения

Само понятие подобия хорошо известно из геометрии. В геометрически подобных фигурах, например треугольниках на рис. 2.2, соответственные углы равны, а сходственные стороны пропорциональны, т.е.

$$\frac{l_{21}}{l_{11}} = \frac{l_{22}}{l_{12}} = \frac{l_{23}}{l_{13}} = c_l,$$

где l_{11}, l_{12}, l_{13} – линейные размеры первой фигуры; l_{21}, l_{22}, l_{23} – сходственные линейные размеры второй фигуры, подобной первой; c_l – коэффициент пропорциональности или постоянная геометрического подобия. Условие (2.12) является математическим выражением геометрического подобия.

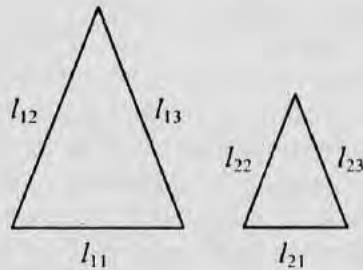


Рис. 2.2. Геометрически подобные треугольники

Понятие подобия может быть распространено на физические явления. Представление о физическом подобии сводится к следующим основным положениям:

а) понятие физического подобия применимо только к качественно одинаковым явлениям, которые описываются одинаковыми уравнениями как по форме, так и по содержанию.

Существуют явления, которые математически описываются одинаковыми по форме уравнениями, но различными по физическому содержанию. Таковы, например, теплопроводность, электропроводность и диффузия. Такие явления называются аналогичными;

б) подобные физические явления всегда протекают в геометрически подобных системах;

в) анализ подобных явлений предполагает сопоставление только однородных величин и лишь в сходственных точках пространства и в сходственные моменты времени.

Однородными называются такие величины, которые имеют один и тот же физический смысл и одинаковую размерность. Сходственными точками геометрически подобных систем называются такие, координаты которых удовлетворяют условию (2.12):

$$x_2 = c_l x_1, \quad y_2 = c_l y_1, \quad z_2 = c_l z_1.$$

Два промежутка времени τ_1 и τ_2 называются сходственными, если они имеют общее начало отсчета и связаны между собой преобразованием подобия:

$$\tau_2 = c_t \tau_1;$$

г) для двух подобных физических явлений характеризующие их однородные величины φ_1 и φ_2 в сходственных точках пространства и в сходственные моменты времени пропорциональны друг другу, т.е.

$$\varphi_2 = c_\varphi \varphi_1.$$

Коэффициент пропорциональности c_φ не зависит ни от координат, ни от времени. Он называется постоянной (константой) подобия или множителем подобного преобразования величины φ . Постоянные подобия одинаковы для всех однородных величин и различны для величин неоднородных.

Для двух подобных явлений подобны поля одноименных физических величин, определяющих эти явления. Так, подобие двух процессов конвективного теплообмена означает, что в геометрически подобных областях, занятых потоками, подобны распределения давления, скорости, температуры, а также других величин, характеризующих эти процессы. Для каждой из величин: скорости w , температурного напора Δt и т.д. существует своя постоянная подобия $c_w, c_{\Delta t}$ и т.д. Постоянные подобия связаны между собой определенными соотношениями, которые вытекают из математического описания процессов.

2.5.2. Критерии подобия. Теоремы подобия

Критериями (инвариантами) подобия называются безразмерные комплексы, составленные из величин, характеризующих рассматриваемое явление. Критерии подобия принято называть именами ученых, внесших существенный вклад в исследование физических процессов, и обозначать двумя начальными буквами фамилий, например: критерий Рейнольдса $Re = w/v$ (Reynold), критерий Эйлера $Eu = \Delta p / (\rho w^2)$ (Euler), критерий Нуссельта $Nu = \alpha / \lambda$ (Nusselt) или просто заглавными буквами: K, N и др.

Если известно математическое описание процесса, то критерии подобия можно получить из дифференциальных уравнений, приведя их к безразмерному виду каким-либо из известных методов, например методом масштабных преобразований. Суть этого метода заключается в том, что каждому размерному параметру, характеризующему рассматриваемый процесс, ставится в соответствие безразмерная величина, которая представляется как отношение текущего значения данного параметра к некоторому масштабу. Например, для задачи о течении жидкости в трубе масштабом для измерения расстояния от входа в трубу x удобно выбрать внутренний диаметр трубы d , тогда безразмерная координата вдоль оси трубы $X = x/d$.

Другой пример. При исследовании охлаждения нагретого тела в окружающей среде безразмерная разность температур тела жидкости в данном нестационарном процессе может быть

определена как $\Theta = \frac{t - t_{ж}}{t_0 - t_{ж}}$, где масштабом является начальная

разность температур $t_0 - t_{ж}$. В качестве масштабов желательнее назначать величины, заданные условиями однозначности, иначе произвольно выбранные масштабы в конечном итоге должны быть исключены из рассмотрения.

В основе теории подобия лежат прямая и обратная теоремы. Прямая теорема указывает на необходимые условия подобия, обратная теорема дает ответ на вопрос о том, какие условия достаточны для того, чтобы процессы были подобны.

Прямая теорема. Если два физических процесса подобны друг другу, то их одноименные безразмерные комплексы (критерии

подобия) имеют попарно одинаковые значения, а сами процессы описываются одним и тем же безразмерным уравнением в виде зависимости между критериями подобия K_1, K_2, \dots, K_n :

$$f(K_1, K_2, \dots, K_n) = 0. \quad (2.13)$$

Зависимость вида (2.13) называется уравнением подобия или критериальным уравнением. Таким образом, из прямой теоремы следует, что критериальные уравнения представляют собой обобщенные зависимости, которые справедливы для всех подобных между собой процессов.

Обратная теорема. Для того чтобы физические процессы были подобны друг другу достаточно, чтобы они были качественно одинаковыми, а их одноименные критерии, составленные из величин, входящих в условия однозначности, имели попарно одинаковые значения.

Критерии подобия, составленные только из величин, входящих в условия однозначности процесса, называются определяющими критериями. Следовательно, одинаковость (инвариантность) определяющих критериев является условием, которое должно быть выполнено для получения подобия.

Критерии, содержащие величины, не входящие в условия однозначности процесса, называются определяемыми критериями. Их одинаковость для подобных процессов следует из прямой теоремы подобия.

Теория подобия физических процессов в практических целях применяется для вывода обобщенных зависимостей, которые устанавливаются на основе опытного изучения физических явлений (в частности конвективного теплообмена), а также при моделировании, т.е. при изучении на моделях таких процессов, которые трудно рассчитать или исследовать в натуральных условиях.

2.3.3. Метод анализа размерностей физических величин, л-теорема

Необходимой предпосылкой теории подобия является наличие математического описания изучаемого процесса в виде соответствующих дифференциальных или интегродифференциальных уравнений и условий однозначности.

Однако на практике встречаются сложные физические явления, для которых отсутствует математическое описание. Для получения безразмерных характеристик такого сложного процесса может быть использован метод анализа размерностей. В данном методе предполагается, что полный перечень существенных для изучаемого процесса величин известен.

С целью пояснения метода анализа размерностей вернемся к рассмотренной ранее в п. 1.4 задаче о распределении температур в пластинчатом тепловыделяющем элементе с граничными условиями 1-го рода (см. рис. 1.5). Существенными в данной задаче величинами являются следующие размерные переменные:

$$\Theta = t - t_{ст}, \quad x, \quad \delta, \quad q_v, \quad \lambda. \quad (2.14)$$

Запишем единицы измерения всех величин, входящих в список (2.14):

$$[\Theta] = \text{К}, \quad [x] = [\delta] = \text{м}, \quad [q_v] = \text{Вт/м}^2, \quad [\lambda] = \text{Вт/(м}\cdot\text{К)}.$$

Из них выберем наименьшее количество не зависящих друг от друга единиц, через которые можно выразить все остальные единицы измерения величин в списке (2.14). Очевидно, что в качестве независимых единиц можно использовать кельвины (К), метры (м) и ватты на кубический метр (Вт/м^3). Перейдем к новым независимым единицам измерения, которые соответственно в A_3 , A_1 и A_q раз меньше прежних:

$$K' = K/A_3, \quad m' = m/A_1, \quad (\text{Вт/м}^3)' = (\text{Вт/м}^3)/A_q.$$

Тогда численные значения размерных величин в списке (2.14) изменятся и будут равны

$$A_3\Theta, \quad A_1x, \quad A_1\delta, \quad A_qq_v, \quad (A_qA_1^2/A_3)\lambda. \quad (2.15)$$

Процесс теплопроводности в пластине не зависит от значений масштабов A_3 , A_1 и A_q , поэтому их можно выбрать таким образом

чтобы иметь в списке существенных для процесса величин наименьшее количество членов. Пусть

$$A_1\delta = 1, \quad A_qq_v = 1, \quad (A_qA_1^2/A_3)\lambda = 1.$$

Тогда

$$A_1 = 1/\delta, \quad A_q = 1/q_v, \quad A_3 = \lambda/(q_v\delta^2).$$

Подставив выбранные значения масштабов в выражения (2.15), получим

$$\Theta/(q_v\delta^2/\lambda), \quad x/\delta, \quad 1, \quad 1, \quad 1.$$

Таким образом, найдены безразмерные параметры $\Theta = \Theta/(q_v\delta^2/\lambda)$, $X = x/\delta$, характеризующие процесс теплопроводности в пластинчатом тепловыделяющем элементе; безразмерная форма решения рассматриваемой задачи имеет следующий общий вид: $\Theta = f(X)$. Полученный результат находится в полном согласии с аналитическим решением, представленным

$$\text{в п. 1.4: } \Theta = \frac{1}{2}(1 - X^2).$$

Количество безразмерных характеристик, которое должно получиться после приведения дифференциального уравнения (или системы существенных для процесса величин) к безразмерному виду, устанавливается так называемой π -теоремой.

π -теорема. Физическое уравнение, содержащее $n \geq 2$ размерных величин, из которых $m \geq 1$ групп однородных величин имеют независимую размерность, после приведения к безразмерному виду будет содержать $n - m$ безразмерных величин.

В рассмотренном примере $n = 5$, $m = 3$, поэтому в соответствии с π -теоремой количество полученных безразмерных характеристик $i = n - m = 2$.

2.6. Теплообмен при ламинарном течении жидкости вдоль пластины

Рассмотрим тонкую полубесконечную пластину, обтекаемую в продольном направлении ламинарным потоком несжимаемой жидкости с постоянными физическими свойствами (рис. 2.3). Скорость набегающего потока равна w_∞ , его температура — t_∞ . Пусть температура поверхности пластины задана и равна $t_{ст}$. Вследствие трения потока о стенку и теплообмена с ней в области, непосредственно прилегающей к поверхности пластины начиная от ее передней кромки, формируются пограничные слои: динамический δ и тепловой δ_T . Эти слои характеризуются тем, что в первом из них силы инерции и вязкости соизмеримы, во втором — один и тот же порядок величины имеют интенсивности переноса теплоты путем теплопроводности и конвекции.

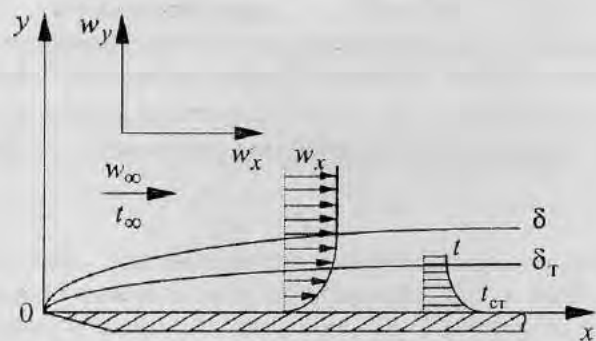


Рис. 2.3. Ламинарное обтекание нагреваемой пластины

Толщину пограничных слоев можно оценить как расстояние по нормали от стенки, на котором происходит основное (99%) изменение скорости в пределах динамического слоя и температуры в пределах теплового слоя от значения на стенке до значения соответствующей величины на бесконечном удалении от твердой поверхности (во внешнем потоке). Определенные таким образом толщины пограничных слоев при продольном обтекании пластины

весьма малы по сравнению с расстоянием от ее передней кромки ($\delta, \delta_T \ll x$).

Ламинарное течение жидкости вдоль пластины наблюдается при числах Рейнольдса меньше критического значения, которое обычно принимают равным $(1 \div 5) \cdot 10^5$; при более высоких числах Рейнольдса ламинарный режим течения переходит в турбулентный. При определении числа Рейнольдса в качестве характерной скорости используют скорость набегающего потока w_∞ , за определяющий размер берут расстояние от передней кромки пластины x , кинематический коэффициент вязкости ν рассчитывают при температуре жидкости вдали от стенки t_∞ ; таким образом, $Re_x = w_\infty x / \nu$.

Запишем дифференциальные уравнения конвективного теплообмена (2.6), (2.7), (2.11) для рассматриваемого случая стационарного двухмерного течения вдоль пластины в декартовой системе координат. Пренебрегая массовыми силами ($\vec{F} = 0$) и заменив μ на $\nu = \mu/\rho$, будем иметь следующую систему уравнений:

$$w_x \frac{\partial w_x}{\partial x} + w_y \frac{\partial w_x}{\partial y} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x} + \nu \left(\frac{\partial^2 w_x}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 w_x}{\partial y^2} \right), \quad (2.16)$$

$$w_x \frac{\partial w_y}{\partial x} + w_y \frac{\partial w_y}{\partial y} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial y} + \nu \left(\frac{\partial^2 w_y}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 w_y}{\partial y^2} \right), \quad (2.17)$$

$$\frac{\partial w_x}{\partial x} + \frac{\partial w_y}{\partial y} = 0, \quad (2.18)$$

$$w_x \frac{\partial t}{\partial x} + w_y \frac{\partial t}{\partial y} = a \left(\frac{\partial^2 t}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 t}{\partial y^2} \right). \quad (2.19)$$

* Вследствие отмеченных особенностей течения и механизма переноса тепла в пристенной области возможность применения теории пограничного слоя к решению задач гидродинамики и теплообмена ограничена случаем достаточно больших значений критериев Рейнольдса $Re_x = w_\infty x / \nu$ и Пекле $Pe_x = w_\infty x / a$, а именно $Re_x^{1/2}, Pe_x^{1/2} \gg 1$.

Система уравнений (2.16) – (2.19) справедлива для всей области значений x, y , однако решить ее довольно трудно. Задача намного облегчается, если учесть, что вблизи нагретой стенки существуют пограничные слои, в пределах которых можно использовать уравнения, записанные в упрощенном виде. Так, предположение о малости толщины пограничных слоев по сравнению с расстоянием от передней кромки пластины позволяет, во-первых, пренебречь членами $\frac{\partial^2 w_x}{\partial x^2}$ и $\frac{\partial^2 t}{\partial x^2}$ в уравнениях (2.16) и (2.19), а во-вторых, сделать вывод о том, что давление поперек динамического пограничного слоя практически не изменяется ($\frac{\partial p}{\partial y} \approx 0$).

При движении потока с постоянной скоростью вне пограничного слоя градиент давления $\frac{\partial p}{\partial x}$ оказывается равным нулю. Таким образом, в этом случае система дифференциальных уравнений, описывающих перенос импульса и энергии в пограничном слое, имеет следующий вид:

$$w_x \frac{\partial w_x}{\partial x} + w_y \frac{\partial w_x}{\partial y} = \nu \frac{\partial^2 w_x}{\partial y^2}, \quad (2.20)$$

$$\frac{\partial w_x}{\partial x} + \frac{\partial w_y}{\partial y} = 0, \quad (2.21)$$

$$w_x \frac{\partial t}{\partial x} + w_y \frac{\partial t}{\partial y} = a \frac{\partial^2 t}{\partial y^2}. \quad (2.22)$$

Граничными условиями рассматриваемой задачи будут:

$$\text{при } y = 0 \quad w_x = 0, \quad w_y = 0, \quad t = t_{ст};$$

$$\text{при } y \rightarrow \infty \quad w_x \rightarrow w_\infty, \quad t \rightarrow t_\infty. \quad (2.23)$$

При течении несжимаемой жидкости с постоянными физическими свойствами распределение скоростей в потоке не зависит от распределения температур. Поэтому сначала можно решить чисто гидродинамическую задачу, т.е. найти поле скоростей, а затем использовать полученные результаты при решении задачи теплообмена (при интегрировании уравнения энергии).

Для решения дифференциальных уравнений пограничного слоя (2.20) – (2.22) с граничными условиями (2.23) могут быть использованы как аналитические, так и численные методы.

При аналитическом решении гидродинамической задачи выбор безразмерной координаты в виде

$$\eta = y \sqrt{w_\infty / (\nu x)} \quad (2.24)$$

и функции тока

$$\psi = \sqrt{\nu x w_\infty} \cdot f(\eta), \quad (2.25)$$

удовлетворяющей уравнению неразрывности (2.21) ($w_x = \partial \psi / \partial y$, $w_y = -\partial \psi / \partial x$), позволяет свести уравнение движения (2.20) в частных производных к обыкновенному нелинейному дифференциальному уравнению третьего порядка

$$f(\eta) \cdot f''(\eta) + 2f'''(\eta) = 0 \quad (2.26)$$

с граничными условиями:

$$\text{при } \eta = 0 \quad f = 0, \quad f' = 0;$$

$$\text{при } \eta \rightarrow \infty \quad f' \rightarrow 1. \quad (2.27)$$

Уравнение (2.26) для функции тока может быть решено либо разложением в ряд функции $f(\eta)$, либо численными методами [10]. Результаты решения дают возможность не только найти

распределение продольных и поперечных скоростей при обтекании пластины ламинарным потоком

$$w_x = w_\infty f'(\eta), \quad (2.28)$$

$$w_y = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{w_\infty \nu}{x}} [\eta f'(\eta) - f(\eta)], \quad (2.29)$$

но и позволяют вычислить все необходимые характеристики динамического пограничного слоя. Так, касательное напряжение на стенке $\tau_{\text{ст}} = \mu (\partial w_x / \partial y)_{y=0}$ описывается формулой

$$\tau_{\text{ст}} = 0,332 \rho w_\infty^2 \text{Re}_x^{-0,5}, \quad (2.30)$$

где μ и ρ – динамический коэффициент вязкости и плотность жидкости. По определению местный коэффициент трения в этом случае

$$c_{f,x} = \frac{2\tau_{\text{ст}}}{\rho w_\infty^2} = 0,664 \text{Re}_x^{-0,5}. \quad (2.31)$$

В соответствии с условиями (2.23), (2.27) закон (2.28) изменения продольной составляющей w_x вектора скорости в пограничном слое выражает тот факт, что при любых расстояниях x от передней кромки пластины эта составляющая с ростом y только асимптотически приближается к значению w_∞ на бесконечном удалении от стенки. Такой пограничный слой принято называть асимптотическим. Полагая $w_x = 0,99w_\infty$ на внешней границе динамического пограничного слоя δ , получим

$$\delta \approx 5,0 \sqrt{\frac{\nu x}{w_\infty}}. \quad (2.32)$$

При решении задачи теплообмена в пограничном слое подстановка выражений (2.28) и (2.29) в уравнение энергии (2.22) приводит к обыкновенному дифференциальному уравнению

$$\theta''(\eta) + \frac{\text{Pr}}{2} f(\eta) \theta'(\eta) = 0 \quad (2.33)$$

с граничными условиями:

$$\text{при } \eta = 0 \quad \theta = 0; \quad (2.34)$$

$$\text{при } \eta \rightarrow \infty \quad \theta \rightarrow 1.$$

Здесь $\theta = (t_{\text{ст}} - t)/(t_{\text{ст}} - t_\infty)$ – безразмерная разность температур, $\text{Pr} = \nu/a$ – число Прандтля. Интегрирование уравнения (2.33) дает распределение температур в тепловом пограничном слое, которое может быть записано в следующей форме [10]:

$$\theta(\eta) = \frac{\int_0^\eta [f''(\zeta)]^{\text{Pr}} d\zeta}{\int_0^\infty [f''(\zeta)]^{\text{Pr}} d\zeta}. \quad (2.35)$$

В частном случае, когда $\text{Pr} = 1$, из (2.35) следует

$$\theta(\eta) = \frac{f'(\eta)}{f'(\infty)} = \frac{w_x}{w_\infty}, \quad (2.36)$$

что означает совпадение безразмерных полей продольной составляющей вектора скорости и разности температур стенки и жидкости в любом сечении пограничного слоя.

Местный коэффициент теплоотдачи α_x определяется из соотношения

$$\alpha_x(t_{ct} - t_\infty) = -\lambda \left(\frac{\partial t}{\partial y} \right)_{y=0}, \quad (2.37)$$

где λ – коэффициент теплопроводности жидкости, откуда

$$\alpha_x = \lambda \sqrt{\frac{w_\infty}{\nu x}} \left(\frac{d\theta}{d\eta} \right)_{\eta=0}. \quad (2.38)$$

Величина относительного градиента температуры на стенке $(d\theta/d\eta)_{\eta=0}$ зависит от числа Прандтля и в диапазоне $0,6 \leq Pr \leq 500$ может быть представлена степенной функцией

$$\left(\frac{d\theta}{d\eta} \right)_{\eta=0} = 0,332 Pr^{1/3}. \quad (2.39)$$

Таким образом, с учетом (2.39) после приведения уравнения (2.38) к безразмерному виду получим следующую критериальную формулу для расчета местного коэффициента теплоотдачи при ламинарном течении жидкости вдоль пластины, температура поверхности которой поддерживается постоянной $t_{ct} = \text{const}$:

$$Nu_x = 0,332 Re_x^{1/2} Pr^{1/3}. \quad (2.40)$$

В формуле (2.40) в качестве характерного размера в критерии Нуссельта $Nu_x = \alpha_x x / \lambda$ так же, как и в критерии Рейнольдса $Re_x = w_\infty x / \nu$ используется расстояние от передней кромки пластины x .

Из формул (2.38), (2.40) следует, что местный коэффициент теплоотдачи уменьшается с ростом x по закону $\alpha_x \sim x^{-0,5}$. Среднее значение коэффициента теплоотдачи на поверхности пластины может быть найдено из уравнения

$$\bar{\alpha} = \frac{\bar{q}_{ct}}{t_{ct} - t_\infty}, \quad (2.41)$$

где \bar{q}_{ct} и \bar{t}_{ct} – среднеинтегральные значения плотности теплового потока и температуры стенки. Согласно формуле (2.41) для пластины длиной L при $t_{ct} = \text{const}$

$$\bar{\alpha} = \frac{1}{L} \int_0^L \alpha_x dx = 2\alpha_L, \quad (2.42)$$

где α_L – местный коэффициент теплоотдачи при $x = L$.

Используя безразмерные величины в форме чисел Нуссельта $\bar{Nu} = \bar{\alpha} L / \lambda$ и Рейнольдса $Re_L = w_\infty L / \nu$, получим следующую критериальную зависимость для определения среднего коэффициента теплоотдачи:

$$\bar{Nu} = 0,664 Re_L^{1/2} Pr^{1/3}. \quad (2.43)$$

Аналогично этому среднее значение коэффициента трения для пластины длиной L определяется из выражения

$$\bar{c}_f = 1,328 Re_L^{-1/2}. \quad (2.44)$$

Если на поверхности пластины поддерживается постоянная плотность теплового потока $q_{ct} = -\lambda(\partial t/\partial y)_{y=0} = \text{const}$, местный коэффициент теплоотдачи оказывается примерно на 40 % выше, чем при $t_{ct} = \text{const}$. Для этого случая

$$Nu_x = 0,46 Re_x^{1/2} Pr^{1/3}. \quad (2.45)$$

Тогда согласно формуле (2.41) среднее значение числа Нуссельта

* В случае постоянной плотности теплового потока на стенке ($q_{ct} = \text{const}$) в соответствии с формулой (2.41) $\bar{\alpha} = \left(\frac{1}{L} \int_0^L \frac{1}{\alpha_x} dx \right)^{-1}$.

$$\overline{Nu} = 0,69 Re_L^{1/2} Pr^{1/3}. \quad (2.46)$$

Представленные выше формулы для определения коэффициентов теплоотдачи на поверхности пластины хорошо согласуются с результатами теоретического расчета и опытными данными в диапазоне чисел Прандтля $0,5 < Pr < 100$.

Если число Прандтля очень мало ($Pr \ll 1$, жидкие металлы), тепловой пограничный слой значительно толще динамического и вязкие силы не оказывают существенного влияния на теплообмен. Теоретический анализ рассматриваемой задачи позволяет для этих условий получить достаточно простые аналитические решения [10]:

$$\text{при } t_{ст} = \text{const} \quad Nu_x = \frac{1}{\sqrt{\pi}} Pe_x^{1/2}, \quad (2.47)$$

$$\text{при } q_{ст} = \text{const} \quad Nu_x = \frac{\sqrt{\pi}}{2} Pe_x^{1/2}, \quad (2.48)$$

где $Pe_x = w_\infty x / a$ – число Пекле.

Точное решение системы дифференциальных уравнений асимптотического пограничного слоя (2.20) – (2.23) – достаточно сложная математическая процедура и может быть получено лишь для весьма ограниченного числа конкретных задач. Поэтому на практике часто применяются приближенные аналитические методы исследования пограничного слоя конечной толщины, основанные на так называемых интегральных соотношениях импульсов и энергии. При использовании этих методов предполагается, что пограничные слои (как динамический, так и тепловой) имеют конечную толщину. В данном случае, в отличие от (2.23), можно записать условия не на бесконечности, а на внешней границе каждого слоя:

$$\text{при } y = \delta \quad w_x = w_\infty, \quad \partial w_x / \partial y = 0; \quad (2.49)$$

$$\text{при } y = \delta_T \quad t = t_\infty, \quad \partial t / \partial y = 0.$$

Анализ задачи теплообмена при ламинарном течении жидкости вдоль пластины с помощью интегральных уравнений пограничного слоя позволяет путем относительно простых математических выкладок достаточно быстро рассчитать толщины пограничных слоев δ и δ_T , а также получить формулы для расчета касательных напряжений и теплоотдачи на поверхности пластины типа (2.30), (2.40), (2.45), которые содержат постоянные коэффициенты, близкие к найденным из точных решений.*

В частности, результатом использования интегральных уравнений переноса импульса и тепла в пограничном слое являются следующие выражения, которые позволяют оценить соотношение между δ и δ_T для сред с $Pr \geq 1$:

$$\text{при } t_{ст} = \text{const} \quad \frac{\delta}{\delta_T} = Pr^{1/3}, \quad (2.50)$$

$$\text{при } q_{ст} = \text{const} \quad \frac{\delta}{\delta_T} = 1,3 Pr^{1/3}. \quad (2.51)$$

Таким образом, в случае $t_{ст} = \text{const}$ и $Pr = 1$ толщина динамического пограничного слоя совпадает с толщиной теплового пограничного слоя, т.е. $\delta = \delta_T^{**}$; для сред с $Pr > 1$ толще динамический пограничный слой; наоборот, при $Pr < 1$ толще тепловой пограничный слой.

Для оценки соотношения между толщинами пограничных слоев в случае $Pr \ll 1$ можно использовать следующие выражения:

$$\text{при } t_{ст} = \text{const} \quad \frac{\delta}{\delta_T} = 1,6 Pr^{1/2}, \quad (2.52)$$

* Более подробно метод решения задач конвективного теплообмена с использованием интегральных уравнений пограничного слоя будет рассмотрен в п. 2.11.

** Этот результат является прямым следствием подобия в распределении продольной составляющей вектора скорости w_x и избыточной температуры $t_{ст} - t$ в пограничном слое на изотермической пластине при числе Прандтля, равном единице.

при $q_{cr} = \text{const}$
$$\frac{\delta}{\delta_T} = 2,3Pr^{1/2}. \quad (2.53)$$

При решении задачи численными методами исследуемая область течения, включающая в себя динамический и тепловой пограничные слои, заменяется расчетной сеткой, а система дифференциальных уравнений и граничных условий (2.20) – (2.23) представляется в конечно-разностной форме. Решение системы разностных (алгебраических) уравнений позволяет найти сеточные функции, которые определяют искоемые значения продольной и поперечной составляющих вектора скорости, а также температуры жидкости в узлах расчетной сетки. По результатам этих расчетов далее определяются касательные напряжения на стенке, коэффициенты трения и коэффициенты теплоотдачи.

2.7. Теплообмен при ламинарном течении жидкости в трубах

Ламинарный режим течения в круглых трубах наблюдается при сравнительно малых скоростях движения жидкости, а именно, когда число Рейнольдса $Re = \bar{w}pd/\mu$ меньше критического значения $Re_{кр} \approx 2300$. В данном случае $\bar{w} = V/S$ – средняя скорость, определяемая как отношение объемного расхода жидкости V к площади поперечного сечения трубы $S = \pi d^2/4$; $d = 2r_0$ – внутренний диаметр трубы (r_0 – радиус); ρ и μ – плотность и динамический коэффициент вязкости жидкости соответственно.

Если течение гидродинамически стабилизировано, то составляющая вектора скорости вдоль оси трубы x изменяется только по сечению и постоянна по длине:

$$w_x = 2\bar{w} \left(1 - \frac{r^2}{r_0^2} \right), \quad (2.54)$$

составляющие вдоль радиуса r и по окружности (по углу φ) $w_r = w_\varphi = 0$. В этих условиях давление p падает вдоль трубы по линейному закону, а градиент давления

$$-\frac{dp}{dx} = \frac{\xi}{d} \frac{\rho \bar{w}^2}{2} = \text{const}, \quad (2.55)$$

где ξ – коэффициент гидравлического сопротивления, который в соответствии с законом Пуазейля рассчитывается по формуле

$$\xi = \frac{64}{Re}. \quad (2.56)$$

Рассмотрим задачу о теплообмене при ламинарном течении жидкости в круглой трубе (рис. 2.4) в случае, когда жидкость несжимаема, ее физические свойства постоянны, течение стабилизировано (участку теплообмена предшествует изотермический успокоительный участок, на протяжении которого формируется профиль скорости (2.54)), в потоке отсутствуют внутренние источники тепла, а количество теплоты, выделяющейся вследствие диссипации энергии, пренебрежимо мало. Пусть на входе в теплообменный участок ($x = 0$) температура жидкости постоянна и равна t_0 , температура внутренней поверхности стенки трубы на участке теплообмена ($x \geq 0$) также постоянна, но равна t_{cr} , причем $t_{cr} \neq t_0$.

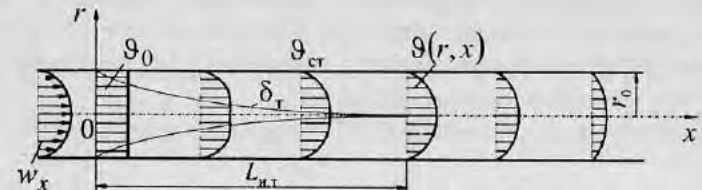


Рис. 2.4. Ламинарное течение жидкости в круглой трубе с постоянной температурой стенки ($L_{н.т.}$ – длина начального термического участка)

При дальнейшем анализе задачи удобно ввести избыточную температуру $\vartheta = t(r, x) - t_{cr}$, где $t(r, x)$ – температура жидкости внутри трубы в некоторой точке с координатами r и x , тогда

избыточная температура жидкости на входе в трубу $\vartheta_0 = t_0 - t_{ct} = \text{const}$.

Для рассматриваемого случая дифференциальное уравнение переноса энергии (2.11) в цилиндрической системе координат записывается следующим образом:

$$\rho c_p w_x \frac{\partial \vartheta}{\partial x} = \lambda \left(\frac{\partial^2 \vartheta}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial \vartheta}{\partial r} + \frac{\partial^2 \vartheta}{\partial x^2} \right), \quad (2.57)$$

здесь c_p и λ – удельная теплоемкость при постоянном давлении и коэффициент теплопроводности жидкости соответственно.

Третий член в правой части уравнения (2.57) характеризует изменение теплового потока вдоль оси трубы $\frac{\partial}{\partial x} \left(\lambda \frac{\partial \vartheta}{\partial x} \right)$, обусловленного теплопроводностью (так называемая аксиальная теплопроводность). За исключением жидких металлов, у которых $\text{Pr} \approx 0,005 \div 0,05$, этот член практически всегда намного меньше члена в левой части уравнения (2.57) $\frac{\partial}{\partial x} (\rho c_p w_x \vartheta)$, определяющего изменение конвективного теплового потока вдоль оси.

При постоянных физических свойствах жидкости процесс теплообмена не оказывает никакого влияния на течение жидкости, поэтому параболический профиль скорости (2.54) не изменяется по длине теплообменного участка трубы.

Таким образом, уравнение (2.57) можно записать в форме

$$\frac{\partial^2 \vartheta}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial \vartheta}{\partial r} = \frac{2\bar{w}}{a} \left[1 - \left(\frac{r}{r_0} \right)^2 \right] \frac{\partial \vartheta}{\partial x}, \quad (2.58)$$

где $a = \lambda / (\rho c_p)$ – коэффициент температуропроводности жидкости.

Граничные условия рассматриваемой задачи имеют вид:

$$\text{при } x = 0 \quad 0 \leq r < r_0 \quad \vartheta = \vartheta_0; \quad (2.59)$$

$$\text{при } x \geq 0 \quad \text{и } r = r_0 \quad \vartheta = 0.$$

Использование безразмерных переменных

$$\Theta = \frac{\vartheta}{\vartheta_0} = \frac{t - t_{ct}}{t_0 - t_{ct}}; \quad R = \frac{r}{r_0}; \quad X = \frac{2}{\text{Pe} d} x,$$

где $\text{Pe} = \bar{w} d / a$ – число Пекле, позволяет преобразовать уравнение (2.58) и условия (2.59) в более удобную безразмерную форму:

$$\frac{\partial^2 \Theta}{\partial R^2} + \frac{1}{R} \frac{\partial \Theta}{\partial R} = (1 - R^2) \frac{\partial \Theta}{\partial X}, \quad (2.60)$$

$$\text{при } X = 0 \quad \text{и } 0 \leq R < 1 \quad \Theta = 1; \quad (2.61)$$

$$\text{при } X \geq 0 \quad \text{и } R = 1 \quad \Theta = 0.$$

Решение дифференциального уравнения (2.60) в совокупности с граничными условиями (2.61) может быть найдено методом разделения переменных [11]. Окончательный вид этого решения обычно записывается таким образом:

$$\Theta(R, X) = \sum_{n=0}^{\infty} A_n \psi_n(R) \exp(-\varepsilon_n^2 X). \quad (2.62)$$

В этом выражении $\psi_n(R)$ и ε_n – собственные функции и собственные значения задачи Штурма – Лиувилля:

$$\frac{d^2 \psi}{dR^2} + \frac{1}{R} \frac{d\psi}{dR} + \varepsilon^2 (1 - R^2) \psi = 0; \quad (2.63)$$

$$\text{при } R = 0 \quad d\psi/dR = 0;$$

$$\text{при } R = 1 \quad \psi = 0.$$

Значения коэффициентов A_n в уравнении (2.62) находятся из граничного условия на входе в трубу (при $X = 0 \quad \Theta = 1$)

$$1 = \sum_{n=0}^{\infty} A_n \psi_n(R) \quad (2.64)$$

с учетом ортогональности собственных функций. Значения $\psi_n(R)$, ε_n и A_n для различных n и R можно найти в работе [11].

С увеличением X каждый член ряда (2.62) быстро убывает таким образом, что на достаточно большом расстоянии от входа в трубу всеми членами ряда, кроме первого, можно пренебречь. В этом случае

$$\Theta \cong A_0 \psi_0(R) \exp(-\varepsilon_0^2 X), \quad (2.65)$$

что означает подобие профилей температуры жидкости в разных сечениях по длине трубы при больших значениях X .

Используя решение (2.62), можно определить среднюю массовую температуру жидкости:

$$\bar{t} = \frac{2}{r_0^2 W_0} \int_0^{r_0} t w_x r dr$$

или в безразмерной форме для нашего случая

$$\bar{\Theta} = \frac{\bar{t} - t_{ct}}{t_0 - t_{ct}} = 4 \int_0^1 \Theta (1 - R^2) R dR.$$

После подстановки в это выражение Θ из формулы (2.62) можно получить

$$\bar{\Theta} = -4 \sum_{n=0}^{\infty} \frac{A_n}{\varepsilon_n^2} \left(\frac{d\psi_n}{dR} \right)_{R=1} \exp(-\varepsilon_n^2 X). \quad (2.66)$$

Определим местный коэффициент теплоотдачи как

$$\alpha = \frac{q_{ct}}{t - t_{ct}} = \frac{-\lambda \left(\frac{\partial t}{\partial r} \right)_{r=r_0}}{t - t_{ct}},$$

где q_{ct} – плотность теплового потока на стенке, или в безразмерной форме

$$Nu = \frac{\alpha d}{\lambda} = -\frac{2}{\Theta} \left(\frac{\partial \Theta}{\partial R} \right)_{R=1}.$$

Подставив в это выражение производную, найденную из уравнения (2.62), получим формулу для определения местного числа Нуссельта:

$$Nu = \frac{\sum_{n=0}^{\infty} A_n \left(\frac{d\psi_n}{dR} \right)_{R=1} \exp(-\varepsilon_n^2 X)}{2 \sum_{n=0}^{\infty} \frac{A_n}{\varepsilon_n^2} \left(\frac{d\psi_n}{dR} \right)_{R=1} \exp(-\varepsilon_n^2 X)}. \quad (2.67)$$

Из формулы (2.67) следует, что Nu уменьшается с увеличением X , асимптотически приближаясь к постоянному (предельному) значению:

$$Nu_{\infty} = \frac{\varepsilon_0^2}{2} \cong 3,66. \quad (2.68)$$

Учитывая отмеченное поведение числа Нуссельта при увеличении X , всю обогреваемую (охлаждаемую) длину трубы принято делить на два участка. На первом из них – начальном термическом участке – происходит формирование температурного профиля от начального распределения температуры по радиусу, которое имеет место на входе в трубу, до некоторого предельного распределения, описываемого функцией $\psi_0(R)$; на этом участке Nu убывает по длине. На втором участке – участке

стабилизированного теплообмена – закон распределения температуры жидкости по радиусу трубы не изменяется по длине (хотя изменяются абсолютные значения температуры), а Nu сохраняет практически постоянное значение.

Длину начального термического участка $L_{н.т}$ условно определяют как расстояние от входа в обогреваемый (охлаждаемый) участок трубы, на котором Nu достигает значения, отличающегося от Nu_{∞} на 1%. Для рассматриваемого нами случая приведенная длина начального термического участка

$$\frac{1}{Re} \frac{L_{н.т}}{d} = 0,055. \quad (2.69)$$

На практике непосредственное использование уравнения (2.67) для расчета коэффициента теплоотдачи вблизи входа в трубу крайне неудобно, в связи с этим при $(1/Re)(x/d) < 10^{-2}$ рекомендуется более простая зависимость:

$$Nu \cong 1,03 \left(\frac{1}{Re} \frac{x}{d} \right)^{-1/3}. \quad (2.70)$$

При других условиях, когда на внутренней поверхности стенки трубы поддерживается постоянная плотность теплового потока ($q_{ст} = \text{const}$), средняя массовая температура жидкости изменяется линейно по длине трубы:

$$\bar{t} = t_0 + \frac{2q_{ст}x}{\rho c_p w r_0}. \quad (2.71)$$

Из аналитического решения соответствующей задачи методом разделения переменных для данного случая найдены следующие зависимости [11], описывающие изменения по длине трубы температуры стенки –

$$\Theta_{ст} = \frac{t_{ст} - t_0}{q_{ст} d} = 2X + \frac{11}{48} + \sum_{i=1}^{\infty} A_i \psi_i(1) \exp(-\epsilon_i^2 X) \quad (2.72)$$

и коэффициента теплоотдачи $\alpha = q_{ст} / (t_{ст} - \bar{t})$ –

$$Nu = \frac{\alpha d}{\lambda} = \frac{1}{\frac{11}{48} + \sum_{i=1}^{\infty} A_i \psi_i(1) \exp(-\epsilon_i^2 X)}. \quad (2.73)$$

Вычисленные для данной задачи собственные значения ϵ_i , собственные функции ψ_i , а также коэффициенты A_i приводятся в работе [11].

При достаточно больших значениях X сумма членов ряда в уравнениях (2.72) и (2.73) стремится к нулю. Эта область соответствует стабилизации температурного профиля и характеризуется одинаковым законом распределения температуры по радиусу в различных сечениях трубы, линейным изменением температуры по длине, а также постоянством коэффициента теплоотдачи. Как это следует из уравнений (2.72) и (2.73), в области стабилизированного теплообмена

$$\Theta_{ст\infty} = 2X + \frac{11}{48}; \quad (2.74)$$

$$Nu_{\infty} = \frac{48}{11} \cong 4,36. \quad (2.75)$$

Приведенная длина начального термического участка в данном случае

$$\frac{1}{Re} \frac{L_{н.т}}{d} = 0,07. \quad (2.76)$$

Таким образом, предельное значение числа Нуссельта и приведенная длина начального термического участка в задаче о теплообмене при $q_{cr} = \text{const}$ выше, чем в задаче при $t_{cr} = \text{const}$.

В случае малых значений приведенной длины использование в практических расчетах уравнения (2.73) неудобно, так как требует вычисления большого числа членов ряда. В связи с этим при $(1/Pe)(x/d) < 0,037$ рекомендуется следующее интерполяционное уравнение:

$$Nu = 1,31 \left(\frac{1}{Pe} \frac{x}{d} \right)^{-1/3} \left(1 + 2 \frac{1}{Pe} \frac{x}{d} \right). \quad (2.77)$$

При $(1/Pe)(x/d) > 0,037$ можно принять $Nu \approx Nu_{\infty} = 4,36$.

Кроме точных решений (2.67), (2.73) задачи о теплообмене при ламинарном течении жидкости в круглой трубе, для начального термического участка можно получить более простые приближенные аналитические решения, предполагая, что толщина теплового пограничного слоя, возникающего у стенки, мала по сравнению с внутренним диаметром трубы. В этом случае можно считать температуру в ядре потока постоянной по радиусу и длине и равной температуре жидкости на входе в обогреваемый участок. Очевидно, что это условие выполняется лишь при малых значениях приведенной длины (меньших приведенной длины начального термического участка).

Другой подход к решению задачи заключается в использовании численных методов, которые могут быть реализованы с помощью ЭВМ. Применение численных методов к расчету теплообмена при ламинарном течении жидкости в трубах особенно эффективно, когда требуется учесть изменение по длине трубы профиля скорости, температуры стенки или плотности теплового потока на ней по заданному закону; получить решение с учетом зависимости физических свойств жидкости от температуры, теплопроводности вдоль оси трубы; в ряде других случаев, если использование аналитических методов расчета встречает значительные трудности.




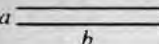

При численном решении рассматриваемой задачи обычно используется метод конечных разностей, при этом в расчетной области вводится пространственная сетка с постоянными шагами

вдоль радиуса и оси трубы. Значения продольной и поперечной составляющих скорости, а также температуры жидкости в узлах сетки (сеточные функции) находятся из решения представленных в конечно-разностном виде дифференциальных уравнений, описывающих движение жидкости и сам процесс теплообмена. По результатам этих расчетов далее определяются все необходимые характеристики, например средняя массовая температура жидкости в заданном сечении трубы, значения местных коэффициентов теплоотдачи, коэффициентов сопротивления трения и др.

Рассмотренные методы расчета конвективного теплообмена при ламинарном течении жидкости в круглой трубе могут быть применены и к каналам другой формы. Вычисленные значения предельных чисел Nu_{∞} на участке стабилизированного теплообмена для некоторых каналов некруглого поперечного сечения приведены в табл. 2.1.

Таблица 2.1

Предельные значения чисел Nu_x на участке стабилизированного теплообмена для каналов разного поперечного сечения

Форма поперечного сечения	$\frac{b}{a}$	Nu_x	
		$t_{cr} = \text{const}$	$q_{cr} = \text{const}$
	-	3,66	4,36
	1,0	2,98	3,63
	4,0	4,44	5,35
	∞	7,54	8,24
	-	2,35	3,00

2.8. Турбулентный перенос в потоке жидкости

2.8.1. Основные закономерности турбулентного переноса количества движения и тепла

Турбулентные течения широко распространены в природе и технике. Турбулентный поток характеризуется наличием беспорядочно движущихся вихрей, которые непрерывно возникают и исчезают. Вследствие образования вихрей и их диффузии происходит сильное перемешивание жидкости, а ее температура и скорость постоянно пульсируют. Пульсационное движение не затухает со временем и носит нерегулярный, хаотический характер (рис. 2.5).

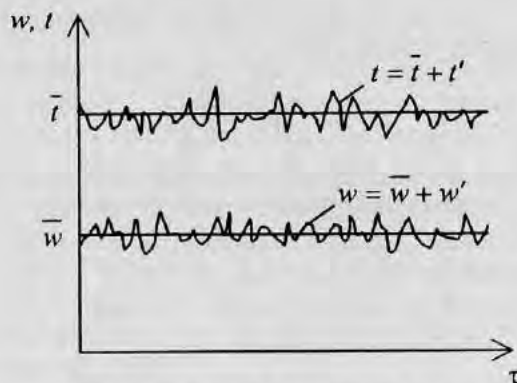


Рис. 2.5. Пульсации температуры и скорости в турбулентном потоке

Несмотря на то что турбулентное течение по своей сути является нестационарным, средние значения параметров потока могут не изменяться со временем. Такой поток называют стационарным в среднем или квазистационарным.

При математическом описании процесса мгновенное (или актуальное, т.е. действительно существующее в данный момент времени) значение какого-либо параметра (скорости, температуры и др.) турбулентного потока в любой момент времени принято представлять в виде суммы осредненной по времени величины и ее отклонения от среднего значения. Таким образом,

$$w = \bar{w} + w', \quad t = \bar{t} + t'. \quad (2.78)$$

Величины w' и t' называются пульсационными составляющими или просто пульсациями скорости и температуры соответственно.

Турбулентные вихри, обеспечивающие интенсивное перемешивание потока, в непосредственной близости от твердой поверхности из-за наличия вязкого трения затухают, и здесь существует тонкий заторможенный слой жидкости, который принято называть вязким или ламинарным подслоем. При вынужденном движении жидкости в трубах в отличие от ламинарного потока, в котором распределение скорости по сечению трубы на гидродинамически стабилизированном участке описывается параболическим законом (2.54), стабилизированный профиль скорости при турбулентном течении имеет вид, напоминающий усеченную параболу (рис. 2.6). Резкое изменение скорости наблюдается вблизи стенки трубы в вязком подслое, в средней же части поперечного сечения — турбулентном ядре потока — скорость практически постоянна.

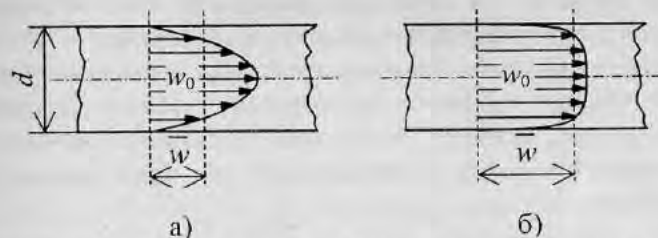


Рис. 2.6. Сравнение профилей скорости при ламинарном (а) и турбулентном (б) режимах течения жидкости в трубе

Представленные в п. 2.2 дифференциальные уравнения конвективного теплообмена применимы для описания мгновенных (актуальных) значений параметров турбулентных потоков. Однако получение на основе этих уравнений каких-либо количественных

* В трехслойной модели турбулентного потока кроме турбулентного ядра и вязкого подслоя выделяют еще промежуточный или так называемый буферный слой, который расположен между двумя указанными областями течения.

закономерностей, описывающих хаотическое изменение параметров потока во времени, фактически невозможно, да и вряд ли целесообразно. Для практики значительно важнее установить связь между осредненными по времени величинами, которые в квазистационарном режиме сохраняют постоянные значения.

При аналитическом рассмотрении процессов конвективного теплообмена в турбулентном потоке обычно используют осредненные дифференциальные уравнения. Их получают заменой актуальных значений параметров турбулентного потока в исходных уравнениях на сумму среднего значения данного параметра и его пульсационной составляющей в соответствии с соотношениями (2.78), а затем производят осреднение каждого члена этих уравнений. Такая процедура приводит к появлению в осредненных уравнениях движения и энергии дополнительных слагаемых, которые интерпретируют как некоторые дополнительные напряжения и тепловые потоки, обусловленные пульсационным движением. С физической точки зрения это означает, что в турбулентном потоке наряду с молекулярным переносом, приводящим к возникновению вязких напряжений и тепловых потоков за счет молекулярной теплопроводности, существует и турбулентный, или молярный перенос, связанный с движением некоторых макроскопических объемов жидкости (молей). Чтобы учесть эти эффекты, полное касательное напряжение и полную плотность теплового потока при турбулентном течении представляют в виде суммы двух составляющих:

$$\tau = \tau_m + \tau_t, \quad (2.79)$$

$$q = q_m + q_t. \quad (2.80)$$

Молекулярные составляющие τ_m и q_m в соответствии с законами Ньютона и Био – Фурье (например, для течения в плоскости x, y в направлении координаты x) записываются как

$$\tau_m = \mu \frac{dw}{dy}, \quad (2.81)$$

$$q_m = -\lambda \frac{dt}{dy}. \quad (2.82)$$

Молярный перенос количества движения и энергии в турбулентном потоке учитывают введением в уравнения коэффициентов турбулентного переноса – турбулентной вязкости μ_t и турбулентной теплопроводности λ_t . Таким образом, по аналогии

$$\tau_t = \mu_t \frac{dw}{dy}, \quad (2.83)$$

$$q_t = -\lambda_t \frac{dt}{dy}. \quad (2.84)^*$$

Коэффициенты турбулентного переноса μ_t и λ_t в отличие от молекулярных коэффициентов μ и λ не являются теплофизическими свойствами вещества, их значения зависят от параметров течения и изменяются в потоке от точки к точке.

Соотношение между двумя составляющими в уравнениях (2.79), (2.80) различно в разных областях течения: в вязком подслое преобладают молекулярные составляющие τ_m и q_m , в турбулентном ядре – наоборот, турбулентные составляющие τ_t и q_t , в промежуточном слое – обе составляющие соизмеримы.

Кроме μ_t и λ_t при описании турбулентного потока используются и другие коэффициенты турбулентного переноса: кинематический коэффициент турбулентной вязкости $\nu_t = \mu_t/\rho$ и коэффициент турбулентной температуропроводности $a_t = \lambda_t/(c_p\rho)$. По аналогии с обычным числом Прандтля Pr вводится турбулентное число $Pr_t = \nu_t/a_t$.

* В уравнениях (2.81) – (2.84) так же, как в дальнейшем во всех уравнениях для турбулентного потока, для сокращения записи опущен знак осреднения по времени всех параметров (скорости, температуры и т.д.), характеризующих турбулентное течение.

В заключение в качестве примера приведем форму записи уравнения энергии (2.11) для случая стабилизированного турбулентного течения жидкости в круглой трубе при пренебрежимо малой аксиальной теплопроводности:

$$w_x \frac{\partial t}{\partial x} = \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left[r(a + a_\tau) \frac{\partial t}{\partial r} \right]. \quad (2.85)$$

2.8.2. Гидродинамическая теория теплообмена (аналогия Рейнольдса)

Сущность гидродинамической теории теплообмена, выдвинутой Рейнольдсом, заключается в следующем. Предполагается, что процессы турбулентного переноса количества движения и тепла в вынужденном потоке происходят одинаково, т.е. $\nu_\tau = a_\tau$ или $Pr_\tau = 1$. Аналогия относится к турбулентному потоку в целом, а существование вблизи стенки тонкого слоя жидкости, в котором преобладают силы молекулярной вязкости и сосредоточено основное термическое сопротивление теплообмену, не учитывается. В этом состоит ограниченность аналогии Рейнольдса, которая оказывается справедливой только в том случае, если $\nu = a$ ($Pr = 1$).

Гидродинамическая теория теплообмена имеет практическое значение, поскольку позволяет, не прибегая к интегрированию уравнения энергии, получить выражение для коэффициента теплоотдачи на основе известного коэффициента гидравлического сопротивления. Покажем это на примере продольного обтекания полуограниченной пластины вынужденным потоком жидкости (рис. 2.7). Пусть скорость набегающего потока равна w_∞ , его температура — t_∞ , температура поверхности пластины постоянна и равна t_0 . На некотором расстоянии от передней кромки пластины $x_{кр}$, а именно когда число Рейнольдса $Re_{кр} = w_\infty x_{кр} / \nu$ достигает критического значения $\approx 5 \cdot 10^5$, ламинарное течение в пограничном слое теряет устойчивость и становится турбулентным. В непосредственной близости от твердой поверхности сохраняется тонкий вязкий подслой.

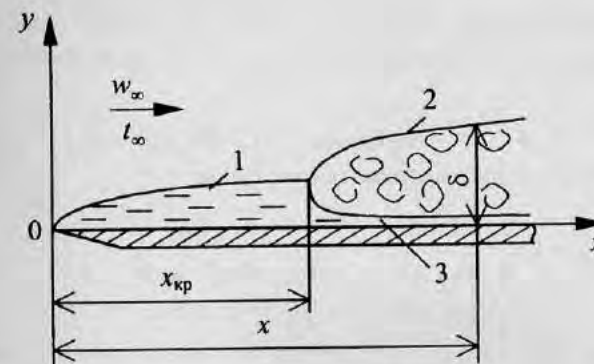


Рис. 2.7. Схема продольного обтекания пластины вынужденным потоком жидкости: 1 — ламинарный пограничный слой; 2 — турбулентный пограничный слой; 3 — вязкий подслой

Используя формулы (2.79) — (2.84), составим отношение плотности теплового потока и касательного напряжения в турбулентном пограничном слое:

$$\frac{q}{\tau} = \frac{(\lambda + \lambda_\tau) \partial t / \partial y}{(\mu + \mu_\tau) \partial w / \partial y}. \quad (2.86)$$

Если число Прандтля $Pr = 1$, то $\delta_\tau = \delta$ и имеет место подобие полей скорости и температуры. Поэтому после введения безразмерных переменных

$$\zeta = y/\delta; \quad \Theta = (t - t_0)/(t_\infty - t_0); \quad W = w/w_\infty$$

вместо (2.86) получим

$$\frac{q}{\tau} = \frac{\lambda + \lambda_\tau}{\mu + \mu_\tau} \cdot \frac{t_\infty - t_0}{w_\infty} \cdot \frac{\partial \Theta / \partial \zeta}{\partial W / \partial \zeta}$$

или, так как для подобных полей $\partial \Theta / \partial \zeta = \partial W / \partial \zeta$, то

$$\frac{q}{\tau} = \frac{\lambda + \lambda_{\tau}}{\mu + \mu_{\tau}} \cdot \frac{t_{\infty} - t_0}{w_{\infty}} \quad (2.87)$$

При $Pr = Pr_{\tau} = 1$ отношение $(\lambda + \lambda_{\tau})/(\mu + \mu_{\tau})$ равно c_p , следовательно, в рассматриваемом случае

$$\frac{q}{\tau} = c_p \frac{t_{\infty} - t_0}{w_{\infty}} \quad (2.88)$$

На стенке

$$q_{ст} = \alpha(t_{\infty} - t_0), \quad \tau_{ст} = c_f \frac{\rho w_{\infty}^2}{2},$$

где α — коэффициент теплоотдачи; c_f — коэффициент трения. Подставляя эти выражения в (2.88), найдем связь между коэффициентами теплоотдачи и трения в следующей безразмерной форме:

$$St \equiv \frac{\alpha}{c_p \rho w_{\infty}} = \frac{c_f}{2} \quad (2.89)$$

Здесь безразмерный комплекс $\alpha/(c_p \rho w_{\infty})$ носит название критерия Стантона St .

Соотношение (2.89) называется аналогией Рейнольдса. Выбрав в качестве характерного размера расстояние от передней кромки пластины x и заменив критерий Стантона на критерий Нуссельта $Nu_x = \alpha x / \lambda$, аналогию Рейнольдса запишем в другой форме:

$$Nu_x = \frac{c_f}{2} Pe_x, \quad (2.90)$$

где $Pe_x = w_{\infty} x / a$ — критерий Пекле. Принимая во внимание, что в рассматриваемом случае $Pr = 1$ и, следовательно, $Pe_x = Re_x = w_{\infty} x / \nu$, получим

$$Nu_x = \frac{c_f}{2} Re_x. \quad (2.91)$$

Известно, что при обтекании пластины турбулентным пограничным слоем в диапазоне чисел Рейнольдса $5 \cdot 10^5 < Re_x < 10^7$ коэффициент трения $c_f = 0,0576 Re_x^{-0,2}$. Тогда на основании формулы (2.91) найдем

$$Nu_x = 0,029 Re_x^{0,8}. \quad (2.92)$$

Из критериального уравнения (2.92) следует, что локальный (или местный в данном сечении x) коэффициент теплоотдачи уменьшается с ростом расстояния от передней кромки пластины по закону $\alpha \sim x^{-0,2}$. При $t_0 = \text{const}$ среднее значение коэффициента теплоотдачи для пластины длиной L должно определяться в соответствии с формулой (2.42). С учетом установленной зависимости α от x получим $\bar{\alpha} = 1,25 \alpha_L$, где α_L — значение локального коэффициента теплоотдачи при $x = L$. Таким образом, в критериях подобия уравнение для расчета средней теплоотдачи будет иметь вид:

$$\bar{Nu} = 0,036 Re_L^{0,8}, \quad (2.93)$$

где $\bar{Nu} = \bar{\alpha} L / \lambda$, $Re_L = w_{\infty} L / \nu$. Если число Прандтля не равно единице, то в расчетное уравнение вводится поправочный множитель, который при $Pr > 0,5$ принимается равным $Pr^{0,4}$. С учетом поправки

$$\bar{Nu} = 0,036 Re_L^{0,8} Pr^{0,4}. \quad (2.94)$$

Аналогия Рейнольдса может быть распространена и на вынужденный турбулентный поток жидкости в трубах. В данном случае в соответствии с известной формулой Дарси для перепада давления вследствие трения при течении в трубах

$$\Delta p_{\text{тр}} = \xi \frac{l \rho w^2}{d} \quad (2.95)$$

вместо коэффициента трения c_f в выражении (2.91) принято использовать так называемый коэффициент гидравлического сопротивления ξ , равный $4c_f$. Тогда аналогия Рейнольдса принимает следующий вид:

$$\text{Nu}_d = \frac{\xi}{8} \text{Re}_d \quad (2.96)$$

В формулах (2.95), (2.96) d – внутренний диаметр; l – длина трубы; $\text{Nu}_d = \alpha d / \lambda$; $\text{Re}_d = wd / \nu$.

2.9. Теплоотдача при турбулентном течении жидкости в каналах

При охлаждении активных зон ядерных реакторов, а также поверхностей нагрева теплообменного оборудования ядерных энергетических установок практически всегда применяется турбулентный режим течения теплоносителя, так как именно этот режим по сравнению с ламинарным обеспечивает значительно более высокую интенсивность теплообмена. Каналы охлаждения в ЯЭУ могут иметь разнообразную форму поперечного сечения (круглые трубы, щелевые плоские или кольцевые каналы, зазоры между твэлами в тепловыделяющих сборках и т.д.). Теоретический расчет теплообмена и гидравлического сопротивления при турбулентном течении теплоносителя в таких каналах в большинстве случаев затруднителен. Поэтому практические рекомендации, которые используются в инженерных расчетах теплообмена в ЯЭУ, были получены либо обобщением большого

количества имеющихся опытных данных, либо в результате сложных численных расчетов на ЭВМ.

2.9.1. Круглые трубы

Как уже отмечалось, ламинарный режим течения жидкости в гладких круглых трубах переходит в турбулентный при числах Рейнольдса $\text{Re} \approx 2 \cdot 10^3$. Развитый турбулентный режим наблюдается при $\text{Re} \geq 10^4$. Промежуточные значения Re соответствуют переходному режиму.

Для развитого турбулентного режима течения известен ряд приближенных теоретических решений задачи теплообмена, которые получены на основе интегрирования уравнения энергии (2.85) при определенных упрощающих допущениях относительно профиля скорости, а также предположениях о значениях ν_t , a_t и Pr_t в турбулентном потоке. Не приводя эти решения, заметим, что все они справедливы только в ограниченном достаточно узком диапазоне изменения чисел Re и Pr , определяющих интенсивность теплообмена, и в инженерной практике используются весьма редко.

В практических расчетах обычно применяют простые зависимости, соответствующие экспериментальным данным или результатам расчетного анализа процесса теплообмена. Одна из наиболее широко известных эмпирических зависимостей, которая получена на основе обобщения опытных данных и может быть рекомендована для определения коэффициента теплоотдачи на стабилизированном участке ($x/d > 50$) в диапазонах $0,5 \leq \text{Pr} \leq 2,5$; $10^4 \leq \text{Re} \leq 10^6$, имеет вид:

$$\text{Nu} = 0,023 \text{Re}^{0,8} \text{Pr}^{0,4} \quad (2.97)$$

В качестве определяющей температуры* в формуле (2.97) принимается $\bar{t} = (\bar{t}_ж + t_{ст})/2$, где $\bar{t}_ж = (t_{вх} + t_{вых})/2$. Для начального участка вводится поправочный множитель $\varepsilon(l/d, \text{Re}) > 1$. Так как

* Определяющей называется температура, при которой теплофизические свойства теплоносителя (λ , ν , Pr и т.д.) выбираются из таблиц.

длины начальных участков гидродинамической и тепловой стабилизации сравнительно невелики (около $15d$), то данную поправку в большинстве случаев можно не учитывать.

Результаты численного расчета теплоотдачи при полностью развитом турбулентном течении жидкости в круглых трубах при числах Re от 10^4 до $5 \cdot 10^6$ и Pr от 0,5 до 200 хорошо описываются уравнением, предложенным Б.С. Петуховым и В.В. Кирилловым:

$$Nu = \frac{(\xi/8)RePr}{1 + 900/Re + 12,7\sqrt{\xi/8}(Pr^{2/3} - 1)}, \quad (2.98)$$

где $\xi = (1,82 \lg Re - 1,64)^{-2}$. Это же уравнение хорошо согласуется и с опытными данными и его можно рекомендовать для практического применения в указанных выше диапазонах определяющих параметров.

В формулах (2.97), (2.98) характерным размером при определении чисел Nu и Re является внутренний диаметр трубы.

При течении жидкости в шероховатых трубах интенсивность теплообмена оказывается выше рассчитанной по формулам для гладких труб. В справочниках [6, 7] приводятся специальные поправки, учитывающие влияние шероховатости. При движении потока в изогнутых трубах под действием центробежных сил в жидкости возникают вторичные течения, интенсифицирующие теплообмен. Для змеевиков в расчетные формулы рекомендуется вводить поправку $\epsilon_R = 1 + 1,77d/R$, где d – внутренний диаметр трубы, R – радиус змеевика.

2.9.2. Каналы некруглой формы

Для каналов некруглой формы при отсутствии острых углов в поперечном сечении коэффициенты теплоотдачи часто приближенно оценивают по формулам для круглых труб, используя в качестве характерного размера так называемый гидравлический диаметр канала, который определяется как $d_r = 4S/\Pi$, где S – площадь поперечного сечения канала, Π – смоченный периметр. Гидравлический диаметр круглой трубы равен ее внутреннему диаметру; для квадратной трубы $d_r = a$, где

a – сторона квадрата. Для кольцевого канала, образованного концентрически расположенными цилиндрическими поверхностями с диаметрами $d_1 < d_2$, $d_r = d_2 - d_1 = 2\delta$, где δ – ширина кольцевого зазора, гидравлический диаметр плоского щелевого канала также равен удвоенной ширине зазора между поверхностями. Однако такой подход не всегда обеспечивает достаточную точность расчета, поэтому в необходимых случаях используются поправки, учитывающие геометрическую форму канала. Такие поправки, а также специальные формулы для расчета коэффициентов теплоотдачи при турбулентном течении жидкости в различных каналах некруглого поперечного сечения можно найти в справочниках [6, 7].

2.9.3. Пучки стержней (продольное обтекание)

Тепловыделяющие сборки в активных зонах ядерных реакторов часто представляют собой пучки цилиндрических (стержневых) тепловыделяющих элементов, которые расположены в треугольной или квадратной решетке (рис. 2.8).

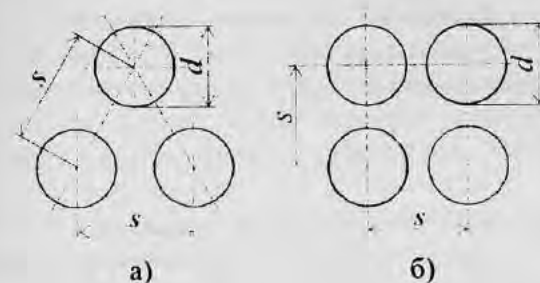


Рис. 2.8. Варианты расположения твэлов в ТВС:
а – треугольная решетка; б – квадратная решетка

Распределения скоростей и температур теплоносителя по сечению ТВС, а также температур поверхности твэлов по периметру характеризуются значительной неравномерностью и зависят от типа решетки. На условия теплообмена в ТВС кроме распределения скоростей и свойств теплоносителя существенно

влияют геометрические и теплофизические параметры твэлов. Поэтому в общем случае расчетные формулы имеют вид:

$$Nu = f(Re, Pr, x, \varepsilon_k), \quad (2.99)$$

где $x = s/d$ – относительный шаг расположения стержней (шаг решетки), ε_k – параметр теплового моделирования, характеризующий влияние на теплообмен геометрии и свойств ядерного топлива и оболочки твэла.

В критериях подобия формулы (2.99) характерным размером является гидравлический диаметр бесконечной решетки стержней:

$$\text{для треугольной решетки} \quad d_r = d \left(\frac{2\sqrt{3}}{\pi} x^2 - 1 \right);$$

$$\text{для квадратной решетки} \quad d_r = d \left(\frac{4}{\pi} x^2 - 1 \right).$$

В случае треугольной упаковки стержней в диапазонах $Re = 5 \cdot 10^3 \div 5 \cdot 10^5$, $Pr = 0,7 \div 20$, $x = 1,1 \div 1,8$ число Нуссельта рассчитывается по формуле

$$Nu = A Re^{0,8} Pr^{0,4}, \quad (2.100)$$

где $A = 0,0165 + 0,02(1 - 0,91/x^2)x^{0,15}$. Для тесных ($x < 1,2$) пучков необходимо учитывать параметр ε_k , сведения о котором можно найти в справочнике [7].

Для квадратной упаковки

$$Nu = 1,1(1,27x^2 - 1)^{0,1} Nu_0, \quad (2.101)$$

где Nu_0 – число Нуссельта для круглой трубы того же гидравлического диаметра, что и пучок стержней.

Для снижения температуры тепловыделяющих элементов применяются различные методы интенсификации теплообмена в ТВС, что особенно важно для газоохлаждаемых ядерных

реакторов. Это может быть достигнуто оребрением поверхности твэлов, созданием на ней искусственной шероховатости, обеспечивающей дополнительную турбулизацию потока, с помощью установки устройств, способствующих лучшему перемешиванию теплоносителя между ячейками или каналами ТВС, организацией закрутки потока. Теплоотдача в таких сложных случаях рассчитывается по специальным формулам, которые, как правило, выводятся на основании экспериментального исследования моделей, соответствующих принятой конструкции ТВС. Достаточно подробные сведения по этому вопросу приведены в справочнике [7].

2.9.4. Особенности теплообмена в жидких металлах

Расплавленные металлы, в основном натрий, в настоящее время являются основными теплоносителями ядерных реакторов на быстрых нейтронах. По сравнению с другими жидкостями жидкометаллические теплоносители обладают исключительно высокой теплопроводностью и, как следствие, очень низкими значениями числа $Pr \approx 0,004 \div 0,04$. В связи с этим особенность теплообмена в жидких металлах заключается в том, что молекулярный перенос тепла даже при развитом турбулентном течении играет важную роль не только в пристенном слое, но и в турбулентном ядре потока. Толщина теплового пограничного слоя у жидких металлов оказывается значительно больше толщины динамического пограничного слоя. Теплообмен, связанный с изменением температуры в потоке жидкости, происходит в области, выходящей далеко за пределы слоя, где проявляются силы вязкости. Поэтому уравнение подобия для описания процесса конвективного теплообмена в жидких металлах должно включать определяющие критерии Re и Pr в такой комбинации, которая исключала бы влияние вязкости. Такой комбинацией является произведение упомянутых критериев, а именно число Пекле $Pe = RePr = (wd/\nu)(\nu/a) = wda$. Таким образом, обобщенные зависимости для расчета теплообмена в жидких металлах должны иметь вид $Nu = f(Pe)$.

При турбулентном течении жидкого металла в круглых трубах коэффициент теплоотдачи может быть найден из уравнения

$$Nu = 5 + 0,025Pe^{0,8} \quad (2.102)$$

для чисел $Re < 4 \cdot 10^3$ и $0,004 < Pr < 0,04$. Формула (2.102) дает стабилизированное значение коэффициента теплоотдачи. Чтобы найти локальный коэффициент теплоотдачи в коротких трубах ($5 < l/d < 30$), следует умножить результат, полученный по формуле (2.102), на поправочный коэффициент $\epsilon_l = 1,72(d/l)^{0,16}$.

При плохой очистке жидкометаллического теплоносителя на границе теплоотдающей стенки и жидкого металла может появиться дополнительное термическое сопротивление из-за образования оксидных или интерметаллических пленок, либо вследствие осаждения примесей. Для оценочных расчетов в этом случае рекомендуется зависимость

$$Nu = 3 + 0,014Re^{0,8} \quad (2.103)$$

Ориентировочный расчет коэффициента теплоотдачи при турбулентном течении жидкого металла в пучке труб в диапазонах $1,1 < x < 1,5$ и $400 < Re < 4000$ удобно проводить, используя простую эмпирическую формулу

$$Nu_d \approx 0,58 Re_d^{0,45} \quad (2.104)$$

В данном случае в качестве характерного размера принят диаметр трубы d , что указывает на слабую зависимость в определенных пределах коэффициента теплоотдачи от шага решетки трубного пучка.

2.10. Теплообмен при поперечном обтекании труб

2.10.1. Одиночная труба

По сравнению с рассмотренным ранее в п. 2.6 продольным обтеканием плоской пластины поперечное обтекание труб вынужденным потоком жидкости характеризуется рядом особенностей, что весьма существенно влияет на теплоотдачу.

Схематическое изображение движения жидкости около одиночной трубы представлено на рис. 2.9. Плавное, безотрывное

обтекание (рис. 2.9, а) имеет место только при очень низких значениях числа Рейнольдса $Re = w_\infty d/\nu < 5^*$. При больших числах Re в кормовой части трубы образуется вихревая зона (рис. 2.9, б, в), при этом характер омывания передней (фронтальной) и задней (кормовой) половин трубы совершенно различен. Образование вихревой зоны является следствием отрыва пограничного слоя, который может быть ламинарным или турбулентным и развивается при движении жидкости вдоль периметра трубы, начиная от ее лобовой точки.

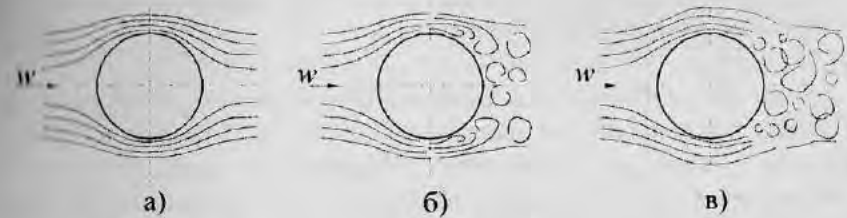


Рис. 2.9. Поперечное обтекание одиночной трубы при разных числах Re : а – безотрывное; б – отрыв ламинарного пограничного слоя; в – отрыв турбулентного пограничного слоя

Пограничный слой на поверхности цилиндра развивается в условиях переменной скорости движения жидкости на внешней границе слоя, причем по мере увеличения угла φ , который отсчитывается от лобовой точки трубы, сначала (до $\varphi \approx 90^\circ$) скорость возрастает, а затем уменьшается. Изменение скорости в соответствии с законом Бернулли приводит к противоположному по знаку изменению давления. В области, где давление увеличивается (восстанавливается), пограничный слой становится неустойчивым и в нем возникает возвратное течение (рис. 2.10), оттесняющее поток от поверхности трубы. В результате происходит отрыв пограничного слоя и в кормовой части трубы образуется вихревая зона.

* В данном случае число Re определяется по скорости невозмущенного потока w_∞ и наружному диаметру трубы d .

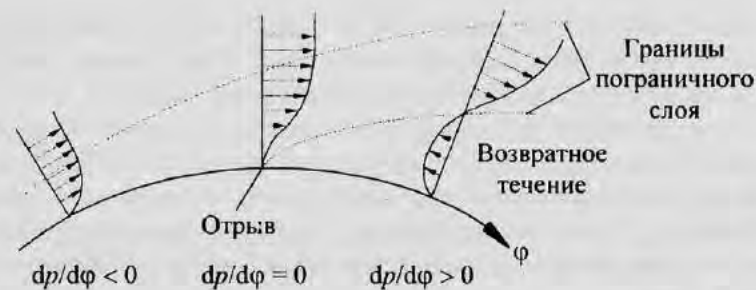


Рис. 2.10. Схема развития отрывного течения при поперечном обтекании трубы вынужденным потоком жидкости

Если число Рейнольдса относительно невелико, а также мала степень турбулентности набегающего потока, то вплоть до точки отрыва существует ламинарный пограничный слой. Его отрыв наблюдается при значении угла $\varphi \approx 80 \div 85^\circ$ (см. рис. 2.9, б). При больших числах Рейнольдса, примерно при $Re = (1 \div 4) \cdot 10^5$, на значительной части периметра трубы течение в пограничном слое является турбулентным. Турбулентный пограничный слой обладает большей кинетической энергией и поэтому более устойчив. Вследствие этого зона начала отрыва смещается в область больших углов $\varphi \approx 120 \div 140^\circ$ (см. рис. 2.9, в).

Описанный выше сложный характер омывания поверхности теплообмена вызывает значительное изменение коэффициента теплоотдачи по периметру трубы. Представление об этом дает рис. 2.11, где в относительной форме показана зависимость локального коэффициента теплоотдачи α_φ от угла φ при значении $Re = 10^4$. В данных условиях теплоотдача максимальна на лобовой образующей цилиндра ($\varphi = 0$). Вследствие нарастания толщины пограничного слоя при увеличении угла φ коэффициент теплоотдачи сначала резко падает, достигая минимума при $\varphi = 90 - 100^\circ$. Затем в кормовой части трубы, где жидкость сильно перемешивается за счет вихревого движения, α_φ снова возрастает. При больших числах Рейнольдса из-за усиления вихревого движения коэффициент теплоотдачи в зоне отрыва может быть выше, чем в лобовой точке.

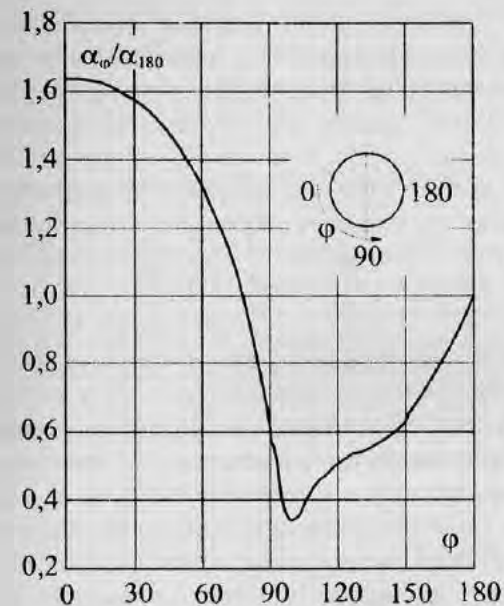


Рис. 2.11. Относительное изменение коэффициента теплоотдачи по окружности цилиндра при $Re = 10^4$

При поперечном обтекании одиночного цилиндра средний по его периметру коэффициент теплоотдачи можно рассчитать по формуле

$$Nu = C Re^m Pr^n \epsilon_r \epsilon_\psi \quad (2.105)$$

Здесь в качестве определяющего размера используется диаметр цилиндра, физические свойства выбираются при температуре набегающего потока. Изменение физических свойств жидкости с температурой учитывается поправками $\epsilon_r = (Pr_{ж}/Pr_{ст})^{0,25^*}$ при нагревании жидкости и $\epsilon_r = (Pr_{ж}/Pr_{ст})^{0,2}$ — при охлаждении. Для учета влияния угла атаки ψ (угла между направлением набегающего потока и осью цилиндра) на теплоотдачу вводится

* Индексы "ж" и "ст" означают, что число Pr жидкости выбирается при температуре набегающего потока и температуре стенки соответственно.

поправка ϵ_{ψ} , вычисляемая по формуле $\epsilon_{\psi} = 1 - 0,54 \cos^2 \psi$, если $\psi > 30^\circ$. Значения коэффициента C и показателей степени n и m в зависимости от числа Рейнольдса приведены в табл. 2.2.

Таблица 2.2
Значения C , n и m в формуле (2.105) в зависимости от числа Рейнольдса

Re	C	n	m
$10^0 \div 4 \cdot 10^1$	0,76	0,4	0,37
$4 \cdot 10^1 \div 10^3$	0,52	0,5	0,37
$10^3 \div 2 \cdot 10^5$	0,26	0,6	0,37
$2 \cdot 10^5 \div 10^7$	0,023	0,8	0,40

Если требуется определить коэффициент теплоотдачи при обтекании шара потоком жидкости, то это можно сделать, используя формулу

$$Nu = 0,37 Re^{0,6} Pr^{0,33} \quad (2.106)$$

2.10.2. Пучки труб

Поверхности нагрева или охлаждения теплообменников могут изготавливаться в виде поперечно-обтекаемых пучков с коридорным или шахматным расположением труб (рис. 2.12). Геометрия пучка характеризуется диаметром d , а также шагом расположения труб по ширине пучка s_1 и его глубине s_2 .

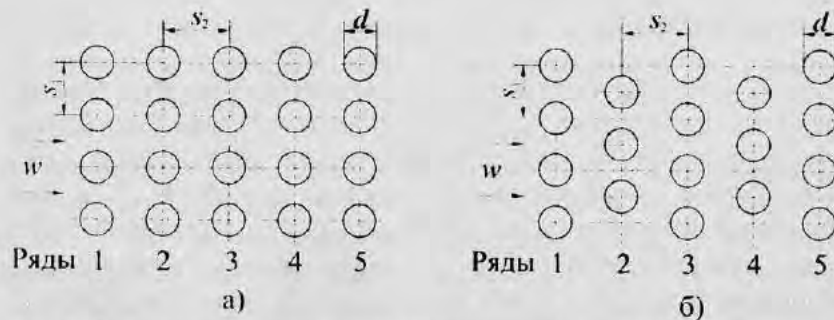


Рис. 2.12. Схема расположения труб в коридорных (а) и шахматных (б) пучках

Условия омывания первого ряда труб в коридорных и шахматных пучках примерно одинаковы и аналогичны условиям омывания одиночной трубы. Для второго и последующих рядов эти условия меняются и зависят от схемы компоновки пучка. В коридорных пучках трубы во всех рядах, начиная со второго, находятся в вихревой зоне впереди стоящих труб, по глубине пучка между трубами образуется застойная область с относительно вялой циркуляцией жидкости. В шахматных пучках глубоко расположенные трубы по характеру омывания мало чем отличаются от труб первого ряда.

С изменением условий омывания труб меняется и теплоотдача. Вследствие увеличения турбулентности потока при прохождении его через пучок теплоотдача второго и третьего рядов по сравнению с первым оказывается выше. Начиная с третьего ряда, турбулентность потока стабилизируется и теплоотдача третьего и последующих рядов пучка практически одинакова.

При расчете коэффициента теплоотдачи за характерный размер принимается наружный диаметр труб d , определяющими параметрами являются средняя скорость в узком поперечном сечении пучка и средняя температура жидкости. При развитом турбулентном течении ($Re_d \approx 10^3 \div 10^5$) для сред с числами $Pr = 0,7 \div 500$ средний коэффициент теплоотдачи определенного ряда пучка можно рассчитать по формуле

$$Nu = C Re^n Pr^{0,33} (Pr_{ж}/Pr_{ст})^{0,25} \epsilon_s \epsilon_i \quad (2.107)$$

Для коридорных пучков $C = 0,26$; $n = 0,65$; для шахматных — $C = 0,41$; $n = 0,6$. Поправочный множитель ϵ_s учитывает влияние на теплоотдачу относительного шага расположения труб в пучке. Для рядов, находящихся в глубине пучка, при коридорной компоновке труб и $s_2/d = 1,24 \div 4,04$ $\epsilon_s = (s_2/d)^{-0,15}$; при шахматной компоновке $\epsilon_s = (s_1/s_2)^{1/6}$, если $s_1/s_2 < 2$, и $\epsilon_s = 1,12$ при $s_1/s_2 > 2$. Поправочный множитель ϵ_i учитывает изменение теплоотдачи по глубине пучка в первых рядах труб. Для первых рядов труб коридорных и шахматных пучков $\epsilon_i = 0,6$; для второго ряда коридорного пучка $\epsilon_i = 0,8$; для того же ряда в шахматном пучке $\epsilon_i = 0,7$; для третьего и последующих рядов $\epsilon_i = 1,0$ независимо от конструкции пучка.

При косом обтекании пучка потоком жидкости (угле атаки $\psi < 90^\circ$) изменение теплоотдачи можно оценить по формуле

$$\alpha_\psi = \alpha_{90^\circ} \sqrt{\sin \psi}.$$

В случае поперечного омывания коридорных и шахматных пучков труб жидкометаллическими теплоносителями с числами Прандтля Pr от 0,007 до 0,03 для пучков с $s_1/d = 1,13 \div 2,41$ и $s_2/d = 0,613 \div 1,69$ в диапазоне чисел Пекле Pe от 8 до 1500 среднюю теплоотдачу с погрешностью $\pm 30\%$ можно рассчитать по формуле

$$Nu = 2Pe^{0,5}, \quad (2.108)$$

где число Pe определяется по скорости набегающего потока (в сечении, не загроможденном трубами); за характерный размер принимается наружный диаметр труб пучка. Если пучок труб оmyвается жидким металлом под углом ψ , то в расчетную формулу (2.108) следует ввести поправочный множитель $\epsilon_\psi = \sin^{0,4} \psi$. При этом ψ может изменяться в пределах от 30° до 90° , число Pe от 10 до 600.

Более подробные сведения о теплоотдаче при поперечном обтекании пучков труб можно найти в справочниках [6, 7].

2.11. Теплообмен при естественной конвекции

Наиболее распространенный вид естественной конвекции, так называемая тепловая гравитационная конвекция, возникает под действием неоднородного распределения гравитационных сил, которое вызвано разностью плотностей различных частей неравномерно нагретой теплообменной среды (жидкости или газа). Естественная конвекция может происходить как в большом (свободном) объеме, так и в ограниченном пространстве. Так как характер движения жидкости в этих двух случаях различен, то их следует рассматривать отдельно.

2.11.1. Естественная конвекция в свободном объеме

В случае естественной конвекции в свободном объеме (такой тип естественной конвекции получил также название свободной конвекции) течение жидкости вблизи нагреваемой или охлаждаемой поверхности твердого тела (например, вертикальной пластины или горизонтального цилиндра) обычно обладает свойствами, характерными для пограничного слоя. Резкое изменение скорости и температуры наблюдается лишь в относительно тонком прилегающем к стенке слое. Однако в условиях свободной конвекции, в отличие от вынужденной, продольная составляющая вектора скорости равна нулю не только на стенке, но и на внешней границе пограничного слоя. Кроме того, если при вынужденном движении жидкости с постоянными физическими свойствами поле скоростей не зависит от температурного поля, то при естественной конвекции скоростное поле непосредственно связано с распределением температуры и плотности среды в поле течения.

Форма тела, у поверхности которого происходит свободная конвекция, оказывает слабое влияние на развитие этого процесса. Важную роль здесь играет протяженность поверхности, а также ее ориентация в поле сил тяжести. Основными критериями, определяющими интенсивность естественной конвекции, являются числа Грасгофа $Gr = g\beta\Delta t l^3/\nu^2$ и Прандтля $Pr = \nu/\alpha$. Число Грасгофа представляет собой меру отношения гравитационных сил, обусловленных разностью плотностей $\Delta\rho$ в объеме неравномерно нагретой жидкости, к силам вязкости. В его выражении g — ускорение свободного падения; $\beta = -(1/\rho)(\partial\rho/\partial t)_p$ — коэффициент объемного расширения среды; $\Delta t = t_{ст} - t_{ж}$ — разность температур стенки и жидкости; l — линейный размер, характеризующий протяженность поверхности; ν — кинематический коэффициент вязкости. Для сред с числами $Pr \sim 1$ и более характерной величиной в процессе теплообмена при естественной конвекции является произведение $Ra = GrPr$, которое называется числом Релея*.

* Для жидких металлов, у которых число $Pr \ll 1$, характерной величиной является произведение $GrPr^2$.

Как и при вынужденном движении, в условиях естественной конвекции течение жидкости в пограничном слое может быть ламинарным или турбулентным. Переход от ламинарного режима течения к турбулентному происходит при критическом значении числа Рейля. Например, в условиях свободной конвекции жидкости около нагреваемой вертикальной пластины критическое число Рейля $Ra_{кр} = 10^9 \div 10^{10}$ (в данном случае за характерный размер принимается высота пластины).

Рассмотрим сначала в качестве примера аналитическое решение задачи о теплообмене при ламинарной свободной конвекции жидкости около вертикальной нагреваемой пластины (рис. 2.13).

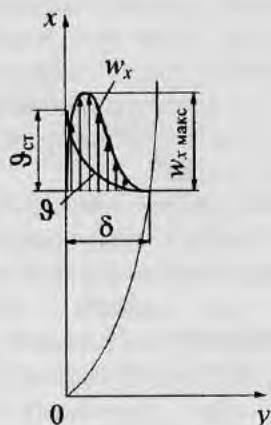


Рис. 2.13. Ламинарный пограничный слой при естественной конвекции жидкости на вертикальной пластине

Пусть температура пластины поддерживается постоянной ($t_{ст} = \text{const}$). Вдали от пластины жидкость неподвижна, а ее температура также постоянна и равна $t_{ж}$ ($t_{ж} < t_{ст}$). Вследствие разности плотностей горячей и холодной жидкости возникает подъемное течение, которое локализуется в узкой пристенной области, и на поверхности пластины образуется пограничный

слой*, толщина δ которого постепенно нарастает по мере продвижения по продольной координате x . Представленные на рисунке профили качественно отображают изменение поперек пограничного слоя (по координате y) продольной составляющей вектора скорости w_x и избыточной температуры $\theta = t - t_{ж}$ на некотором фиксированном расстоянии от нижней кромки пластины.

Для того чтобы получить количественные закономерности, характеризующие распределение скоростей и температур в потоке жидкости, а также найти плотность теплового потока и коэффициент теплоотдачи на поверхности пластины, необходимо рассмотреть уравнения сохранения массы, количества движения и энергии в совокупности с соответствующими граничными условиями. Если считать физические свойства жидкости постоянными (за исключением плотности), то записанные в приближении пограничного слоя эти уравнения можно представить таким образом:

$$\frac{\partial w_x}{\partial x} + \frac{\partial w_y}{\partial y} = 0; \quad (2.109)$$

$$w_x \frac{\partial w_x}{\partial x} + w_y \frac{\partial w_x}{\partial y} = \nu \frac{\partial^2 w_x}{\partial y^2} + g\beta\theta; \quad (2.110)$$

$$w_x \frac{\partial \theta}{\partial x} + w_y \frac{\partial \theta}{\partial y} = a \frac{\partial^2 \theta}{\partial y^2}; \quad (2.111)$$

$$\text{при } y = 0 \quad w_x = 0, \quad w_y = 0, \quad \theta = \theta_{ст} = t_{ст} - t_{ж};$$

$$\text{при } y \rightarrow \infty \quad w_x \rightarrow 0, \quad \theta \rightarrow 0.$$

* Анализ рассматриваемой задачи на основе теории пограничного слоя возможен только при достаточно больших значениях критериев Грасгофа Gr и Прандтля Pr , точнее, когда $Gr^{1/4}$ и $Gr^{1/4}Pr^{1/2} \gg 1$.

Уравнения написаны для случая сравнительно небольших изменений плотности с температурой, когда можно не учитывать сжимаемость среды в уравнении неразрывности (2.109), а также пренебречь влиянием изменения плотности жидкости на вязкостный член в уравнении движения (2.110). При этом, однако, предполагается, что изменения плотности достаточны для существования подъемной силы, соизмеримой с силами инерции и вязкого трения. Подъемная сила, под действием которой около пластины возникает восходящее течение, записана в приближении линейного изменения плотности с температурой и выражается последним членом в уравнении (2.110). Кроме того, учитывается, что давление в каждом горизонтальном сечении пограничного слоя на вертикальной пластине не меняется и равно гидростатическому давлению в невозмущенной области; по этой причине член, представляющий собой частную производную по координате x от разницы давлений в пограничном слое и вдали от него, в уравнении движения отсутствует.

Система уравнений (2.109)–(2.111) в частных производных может быть сведена к двум обыкновенным дифференциальным уравнениям, если ввести функцию тока, удовлетворяющую соотношениям

$$w_x = \partial\psi/\partial y \quad \text{и} \quad w_y = -\partial\psi/\partial x.$$

Введение безразмерной переменной

$$\eta = \frac{1}{\sqrt{2}} \frac{y}{x} \text{Gr}_x^{1/4}$$

и новой безразмерной функции тока

$$f(\eta) = \frac{1}{2\sqrt{2}} \frac{\psi}{\nu} \text{Gr}_x^{-1/4}$$

позволяет выразить составляющие вектора скорости w_x и w_y в виде

$$w_x = 2 \frac{\nu}{x} \text{Gr}_x^{1/2} f'(\eta), \quad w_y = \frac{1}{\sqrt{2}} \frac{\nu}{x} \text{Gr}_x^{1/4} [\eta f''(\eta) - 3f(\eta)].$$

Используя эти выражения, а также безразмерное отношение температур $\theta = \vartheta/\vartheta_{\text{ст}}$, вместо (2.109)–(2.111) получим следующие два уравнения для определения неизвестных функций $f(\eta)$ и $\theta(\eta)$:

$$f'''(\eta) + 3f(\eta)f''(\eta) - 2[f'(\eta)]^2 + \theta(\eta) = 0; \quad (2.112)$$

$$\theta''(\eta) + 3\text{Pr} f(\eta)\theta'(\eta) = 0; \quad (2.113)$$

$$\text{при } \eta = 0 \quad f = f' = 0, \quad \theta = 1;$$

$$\text{при } \eta \rightarrow \infty \quad f' \rightarrow 0, \quad \theta \rightarrow 0.$$

Решение системы уравнений (2.112), (2.113) получено численными методами. Результаты этого решения приводятся в работе [10].

По распределению температур в пограничном слое можно найти локальное (местное) значение плотности теплового потока на поверхности пластины $q_{\text{ст}}$, а также местный коэффициент теплоотдачи α_x как функции x :

$$q_{\text{ст}} = -\lambda \frac{\partial\vartheta}{\partial y} \Big|_{y=0} = -\frac{1}{\sqrt{2}} \frac{\lambda\vartheta_{\text{ст}}}{x} \text{Gr}_x^{1/4} \theta'(0); \quad (2.114)$$

$$\alpha_x = \frac{q_{\text{ст}}}{\vartheta_{\text{ст}}} = -\frac{1}{\sqrt{2}} \frac{\lambda}{x} \text{Gr}_x^{1/4} \theta'(0), \quad (2.115)$$

где $\theta'(0)$ – функция числа Прандтля.

Согласно решению системы (2.112), (2.113) для воздуха ($\text{Pr} = 0,73$) $\theta'(0) = -0,508$. Используя это значение и приводя выражение (2.115) к безразмерной форме, получим для воздуха следующее критериальное уравнение:

$$Nu_x = 0,359 Gr_x^{1/4}, \quad (2.116)$$

где $Nu_x = \alpha_x x / \lambda$ – локальное число Нуссельта.

Теоретические расчеты, выполненные для сред с другими числами Прандтля, показывают, что множитель у числа Грасгофа в формуле типа (2.116) возрастает с увеличением Pr (табл. 2.3).

Т а б л и ц а 2.3

Значения константы в формуле (2.116) в зависимости от числа Прандтля

Pr	0,01	0,1	1	10	100	1000
$Nu_x / Gr_x^{1/4}$	0,057	0,164	0,401	0,826	1,55	2,81

Представленные в табл. 2.3 результаты теоретического решения задачи о теплообмене при ламинарной свободной конвекции на вертикальной изотермической пластине подтверждаются экспериментальными данными и могут быть аппроксимированы с хорошей точностью следующей формулой:

$$Nu_x = 0,75 \left[\frac{2 Pr^2}{5(1 + 2 Pr^{1/2} + 2 Pr)} \right]^{1/4} Gr_x^{1/4}. \quad (2.117)$$

Из соотношений (2.115)–(2.117) следует, что локальный коэффициент теплоотдачи уменьшается в направлении движения среды по закону $\alpha_x \sim x^{-1/4}$. Тогда для пластины высотой H средний коэффициент теплоотдачи

$$\bar{\alpha} = \frac{\bar{q}_{ct}}{\bar{\vartheta}_{ct}} = \frac{1}{\bar{\vartheta}_{ct} H} \int_0^H q_{ct} dx = \frac{1}{H} \int_0^H \alpha_x dx = \frac{4}{3} \alpha_H, \quad (2.118)$$

где α_H – значение α_x при $x = H$. В случае воздуха на основании формулы (2.118) с учетом (2.116) для среднего числа Нуссельта получим

$$\bar{Nu} = 0,479 Gr_H^{1/4}, \quad (2.119)$$

где $\bar{Nu} = \bar{\alpha} H / \lambda$, $Gr_H = g\beta(t_{ct} - t_{ж})H^3/\nu^2$.

Подобным же образом может быть решена и аналогичная задача, когда на поверхности пластины задан постоянный тепловой поток ($q_{ct} = \text{const}$), а температура поверхности неизвестна. В этих условиях критериями, определяющими интенсивность теплоотдачи при естественной конвекции, будут число Грасгофа $Gr_{q_x} = g\beta q_{ct} x^4 / (\nu^2 \lambda)$, включающее заданную величину q_{ct} , и число Прандтля $Pr = \nu/a$. Результаты теоретических расчетов описываются с хорошей точностью следующим критериальным уравнением:

$$Nu_x = \left(\frac{Pr^2}{4 + 9 Pr^{1/2} + 10 Pr} \right)^{1/5} Gr_{q_x}^{1/5}. \quad (2.120)$$

Из формулы (2.120) следует, что при $q_{ct} = \text{const}$ локальный коэффициент теплоотдачи уменьшается с ростом x по закону $\alpha_x \sim x^{-1/5}$. Для среднего по высоте пластины коэффициента теплоотдачи в данном случае получим

$$\bar{\alpha} = \frac{\bar{q}_{ct}}{\bar{\vartheta}_{ct}} = \frac{q_{ct}}{\frac{1}{H} \int_0^H \bar{\vartheta}_{ct} dx} = \frac{1}{\frac{1}{H} \int_0^H \frac{dx}{\alpha_x}} = \frac{6}{5} \alpha_H, \quad (2.121)$$

где снова α_H – значение α_x при $x = H$.

Как показывают расчеты, при одинаковых температурных напорах и числах Прандтля от 0,1 до 100 локальные коэффициенты теплоотдачи с поверхности пластины в случае $q_{ct} = \text{const}$ на 12–15% выше, чем при $t_{ct} = \text{const}$. Разница в средних коэффициентах теплоотдачи при тех же условиях составляет 6–9%.

По сравнению с изложенным выше методом точного решения системы дифференциальных уравнений (2.109)–(2.111) исследуемая здесь задача проще решается приближенным методом, основанным на использовании интегральных соотношений для пограничного слоя конечной толщины. Если принять, что толщина

динамического и теплового пограничных слоев одинакова и равна δ , то для рассматриваемого случая эти соотношения имеют вид:

уравнение количества движения –

$$\frac{d}{dx} \int_0^{\delta} w_x^2 dy = g\beta \int_0^{\delta} \vartheta dy - v \left. \frac{\partial w}{\partial y} \right|_{y=0}; \quad (2.122)$$

уравнение энергии –

$$\frac{d}{dx} \int_0^{\delta} w_x \vartheta dy = -a \left. \frac{\partial \vartheta}{\partial y} \right|_{y=0}. \quad (2.123)$$

Решение системы интегральных уравнений (2.122), (2.123) может быть найдено, если известны распределения скорости и температуры по толщине пограничного слоя. Учитывая, что профили скорости и температуры должны иметь форму, показанную на рис. 2.13, аппроксимируем их следующими выражениями:

$$w_x = w_1 \frac{y}{\delta} \left(1 - \frac{y}{\delta} \right)^2; \quad (2.124)$$

$$\vartheta = \vartheta_{\text{ст}} \left(1 - \frac{y}{\delta} \right)^2. \quad (2.125)$$

В выражении (2.124) w_1 – пока неизвестная функция x с размерностью скорости; $w_x = 0$ при $y = 0$ и $y = \delta$; максимальное значение скорости $w_{x \text{ макс}}$ наблюдается на расстоянии $y = \delta/3$ от стенки и равно $(4/27)w_1$. Уравнение (2.125) записано для случая $t_{\text{ст}} = \text{const}$ и удовлетворяет следующим условиям: при $y = 0$ $\vartheta = \vartheta_{\text{ст}}$, при $y = \delta$ $\vartheta = 0$.

Подставив распределения (2.124), (2.125) в уравнения (2.122), (2.123), получим систему двух уравнений для определения

неизвестных функций $w_1(x)$ и $\delta(x)$. Можно показать, что решением этой системы являются следующие две степенные функции:

$$w_1 = 5,17v \left(0,952 + \frac{v}{a} \right)^{-1/2} \left(\frac{g\beta\vartheta_{\text{ст}}}{v^2} \right)^{1/2} x^{1/2}; \quad (2.126)$$

$$\delta = 3,93 \left(\frac{v}{a} \right)^{-1/2} \left(0,952 + \frac{v}{a} \right)^{1/4} \left(\frac{g\beta\vartheta_{\text{ст}}}{v^2} \right)^{-1/4} x^{1/4}. \quad (2.127)$$

Определив локальный коэффициент теплоотдачи как

$$\alpha_x = - \left. \frac{\lambda}{\vartheta_{\text{ст}}} \frac{\partial \vartheta}{\partial y} \right|_{y=0},$$

на основании (2.124) найдем $\alpha_x = 2\lambda/\delta$ или в безразмерной форме $Nu_x = 2x/\delta$, откуда окончательно с учетом формулы (2.127) приближенную критериальную зависимость для местного числа Нуссельта можно представить в виде

$$Nu_x = 0,508 \left(\frac{Pr^2}{0,952 + Pr} \right)^{1/4} Gr_x^{1/4}. \quad (2.128)$$

При $Pr = 0,73$ (воздух) из уравнения (2.128) следует

$$Nu_x = 0,381 Gr_x^{1/4}. \quad (2.129)$$

Расчет по формуле (2.129) дает результаты, которые всего лишь на 6% выше результатов расчета по точной формуле (2.116). Сравнение для сред с другими числами Прандтля в диапазоне $10^{-2} \div 10^3$ также показывает, что приближенная зависимость (2.128) вполне удовлетворительно согласуется с точным решением (ошибка не превышает 10%).

Наконец, использование интегральных соотношений пограничного слоя для случая $q_{ст} = \text{const}$ приводит к следующей формуле:

$$Nu_x = 0,616 \left(\frac{Pr^2}{0,8 + Pr} \right)^{1/5} Gr_{qx}^{1/5}. \quad (2.130)$$

В настоящее время известно большое количество экспериментальных данных по теплоотдаче при естественной конвекции в свободном объеме. Опыты проводились с различными жидкостями на поверхностях тел разной геометрической формы и размеров. Обобщение результатов опытного изучения процесса теплообмена проведено методами теории подобия и анализа размерностей. Рекомендуемая расчетная формула для сред с числом Прандтля $Pr \geq 1$ имеет вид:

$$Nu = C Ra^n. \quad (2.131)$$

Физические свойства жидкости в этой формуле выбираются при средней температуре пограничного слоя $t_{cp} = (t_{ст} + t_{ж})/2$, определяющий размер в случае вертикального положения поверхности (трубы, пластины) – высота, при горизонтальном положении – диаметр трубы или короткая сторона пластины; для сфер – диаметр сферы. Значения постоянных C и n приведены в табл. 2.4.

Т а б л и ц а 2.4

Значения постоянных C и n в формуле (2.131) в зависимости от числа Релея

Ra	C	n
$10^{-3} - 5 \cdot 10^2$	1,18	0,125
$5 \cdot 10^2 - 2 \cdot 10^7$	0,54	0,25
$2 \cdot 10^7 - 10^{13}$	0,135	0,33

В жидких металлах ($Pr \ll 1$) вследствие значительной толщины теплового пограничного слоя в процессе теплообмена основную роль играют инерционные силы и молекулярная теплопроводность,

а влияние вязкости незначительно. Поэтому расчетная формула включает произведение $GrPr^2 = g\beta\Delta t^3/a^2$:

$$Nu = B (GrPr^2)^m, \quad (2.132)$$

где $B \approx 0,7$; $m = 0,25$ для $GrPr^2 = 10 \div 10^4$.

В случае турбулентного режима естественной конвекции, который наблюдается на поверхностях достаточно большой протяженности, коэффициент теплоотдачи не зависит от линейных размеров тела и $Nu \sim Ra^{1/3}$.

При очень низких числах Релея ($Ra < 10^{-3}$) тепло распространяется только теплопроводностью, при этом для тонких проволочек $Nu = 0,5$; для шара $Nu = 2$.

2.11.2. Естественная конвекция в ограниченном пространстве

Естественная конвекция может возникать в ограниченном пространстве, заключенном между нагретыми и холодными поверхностями (например, в узких зазорах и щелях). Характер движения жидкости в таких случаях сильно зависит от формы и геометрических размеров пространства, рода жидкости, а также взаимного расположения поверхностей, участвующих в теплообмене. В расчетах сложный процесс конвективного теплообмена в прослойках принято рассматривать как элементарное явление теплопроводности в плоском слое, при этом плотность теплового потока, передаваемого от нагретой поверхности к холодной через среду с коэффициентом теплопроводности λ , определяется по формуле

$$q = \frac{\lambda_{экр}}{\delta} \Delta t, \quad (2.133)$$

где $\lambda_{экр} = \lambda \varepsilon_k$ – эквивалентный коэффициент теплопроводности среды, учитывающий перенос теплоты теплопроводностью и конвекцией; $\varepsilon_k = f(Ra)$ – коэффициент конвекции; $\Delta t = t_{ст1} - t_{ст2}$ – разность температур нагретой и холодной поверхностей. При вычислении критерия Релея за определяющий размер принимается

толщина прослойки δ , за определяющую температуру – средняя температура жидкости в прослойке $t_{cp} = (t_{ct1} + t_{ct2})/2$. При $Ra > 10^3$ можно положить, что

$$\varepsilon_k = 0,18Ra^{0,25}. \quad (2.134)$$

При значениях $Ra < 10^3$ конвекцией можно пренебречь и поэтому $\varepsilon_k = 1$. Конвекция вообще отсутствует в горизонтальных зазорах и щелях, если нагретая поверхность расположена сверху.

Процессы теплообмена при кипении находят широкое применение в различном теплоэнергетическом оборудовании, в том числе на ядерных энергетических установках (ядерные реакторы с кипящим теплоносителем, парогенераторы, некоторые теплообменные аппараты, выпарные установки и другое оборудование ЯЭУ).

Кипением называется процесс образования пара непосредственно внутри объема жидкости. В большинстве технических устройств кипение происходит на твердой поверхности (стенке), к которой подводится тепло. Для того чтобы на обогреваемой поверхности начался процесс парообразования, жидкость вблизи стенки должна быть обязательно перегрета относительно температуры насыщения. Величина этого перегрева зависит от большого количества факторов (рода и чистоты жидкости, внешнего давления, свойств теплоотдающей поверхности и ряда других). Обычно перегрев жидкости, соответствующий началу кипения, невелик и составляет всего лишь несколько десятых долей градуса Цельсия.

В зависимости от уровня подводимого теплового потока и некоторых других факторов на поверхности нагрева могут быть реализованы два основных режима кипения: пузырьковый и пленочный. При пузырьковом кипении паровая фаза образуется в виде отдельных паровых пузырей; находящиеся между ними участки теплоотдающей поверхности контактируют с жидкостью. В пленочном режиме кипения обогреваемая стенка изолирована от жидкости сплошным слоем пара, на поверхности раздела "жидкость – пар" формируются паровые конгломераты, которые отделяются от этой поверхности и всплывают в окружающей жидкости. Вследствие низкой теплопроводности парового слоя при переходе от пузырькового режима кипения к пленочному значительно ухудшаются условия теплопередачи, что может вызвать при заданной плотности теплового потока резкое увеличение температуры стенки и даже ее пережог (так называемый кризис теплообмена).

Паровая фаза при кипении в виде отдельных паровых пузырей всегда образуется на тех участках твердой поверхности, где фазовый переход по каким-либо причинам облегчен. Эти места называются центрами парообразования, ими являются отдельные элементы шероховатости поверхности (царапины, впадины и другие дефекты), плохо смачиваемые жидкостью.

Кипение жидкости в парообразующих установках может происходить в разных условиях. Если кипение осуществляется на поверхности нагрева, погруженной в большой объем жидкости, то такой процесс называют кипением в большом объеме, или кипением в условиях свободной конвекции. Если же кипящая жидкость принудительно движется в обогреваемом канале, то такой вид кипения называется кипением в вынужденном потоке. За пределами перегретого вблизи стенки слоя жидкость может иметь температуру, близкую к температуре насыщения, или быть существенно недогрета до этой температуры. В первом случае процесс кипения классифицируют как кипение насыщенной жидкости, во втором – как кипение с недогревом.

3.1. Кипение в большом объеме

3.1.1. Кривая кипения

Рассмотрим основные закономерности процесса теплообмена при кипении насыщенной жидкости в большом объеме. Одна из главных характеристик этого процесса – кривая кипения. Под кривой кипения понимают зависимость плотности теплового потока q , отводимого в кипящую жидкость, от температурного напора Δt , т.е. разности температуры теплоотдающей стенки и температуры насыщения $t_{ст} - t_s$. Наиболее типичный вид кривой кипения в логарифмических координатах изображен на рис. 3.1.

Выясним сначала, как изменяется плотность теплового потока на поверхности греющей стенки при независимом увеличении температурного напора.

При низких значениях Δt , когда еще не достигнут перегрев жидкости, необходимый для начала кипения, тепло снимается с поверхности нагрева естественной конвекцией, и тепловой поток

постепенно возрастает, следуя закономерностям, характерным для данного процесса (см. п. 2.11).

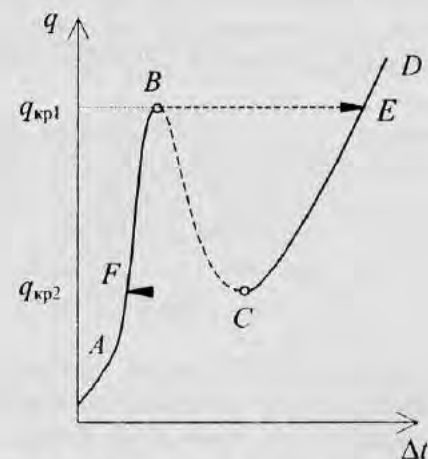


Рис. 3.1. Кривая кипения насыщенной жидкости в большом объеме

Кипение начинается в точке A кривой (рис. 3.1), при этом наблюдается значительное увеличение скорости роста q в связи с тем, что образующиеся на теплоотдающей стенке паровые пузыри, во-первых, сильно турбулизируют пристеночный слой жидкости и, во-вторых, возникает новый интенсивный механизм отвода тепла за счет скрытой теплоты парообразования. В результате ветвь AB кривой, которая соответствует пузырьковому режиму кипения, имеет крутой наклон по отношению к оси абсцисс.

По мере увеличения числа центров парообразования с ростом температуры греющей стенки кипение становится все более развитым, отмеченные выше механизмы интенсификации теплообмена усиливаются. Однако в области температурных напоров вблизи точки B доля поверхности нагрева, занятой паровыми пузырями, становится слишком большой, что существенно затрудняет доступ к ней охлаждающей жидкости; поэтому наклон кривой кипения становится меньше.

В дальнейшем в результате полного испарения и оттеснения жидкости от стенки на отдельных участках ее поверхности начинают возникать очаги пленочного кипения, число и протяженность которых увеличивается с ростом температурного напора. В результате интенсивность теплообмена падает, и тепловой поток, достигнув максимума, начинает уменьшаться при повышении Δt .

Отмеченным явлениям соответствует область температурных напоров, расположенная между точками *B* и *C* (см. рис. 3.1). В целом режим кипения в этой области является неустойчивым и классифицируется как переходное кипение, при котором пузырьковое и пленочное кипение периодически сменяют друг друга. На практике реализовать данный режим, изменяя Δt , затруднительно и не всегда удается.

При больших температурных напорах, начиная с точки *C*, соответствующей минимальному значению q на кривой кипения, пленочный режим становится устойчивым и полностью вытесняет пузырьковое кипение. При пленочном кипении с ростом Δt тепловой поток снова увеличивается (кривая *CD*). В этом режиме тепло переносится от греющей стенки теплопроводностью через паровой слой, конвективными течениями внутри него, а также тепловым излучением, роль которого при высоких температурах становится значительной.

Проанализируем теперь последовательность возможных режимов теплообмена при кипении в случае, когда независимой переменной является плотность теплового потока q . Сначала при увеличении q наблюдается некоторый сравнительно небольшой рост Δt и процессы естественной конвекции и пузырькового кипения протекают аналогично рассмотренным выше. Однако так продолжается только до тех пор, пока не будет достигнута максимальная плотность теплового потока при пузырьковом кипении в точке *B* (см. рис. 3.1). Далее при малейшем увеличении q происходит резкий скачок температурного напора, изображенный на рисунке стрелкой *BE*. Причина этого скачка заключается в смене режимов кипения: в результате образования на поверхности нагрева сплошной паровой пленки пузырьковое кипение переходит в пленочное с характерным для него низким значением

коэффициента теплоотдачи. Данное явление получило название кризиса теплообмена, а плотность теплового потока, при которой наблюдается кризис, — первой критической плотности теплового потока $q_{кр1}$.

Сформировавшаяся паровая пленка может устойчиво существовать на поверхности нагрева при тепловых нагрузках меньших, чем $q_{кр1}$. Поэтому при снижении теплового потока обратный переход от пленочного кипения к пузырьковому происходит также скачком, но уже по линии *CF* при значении q , которое называется второй критической плотностью теплового потока $q_{кр2}$.

3.1.2. Теплоотдача при пузырьковом кипении

В энергетических аппаратах для охлаждения высокофорсированных поверхностей нагрева, а также для производства пара в парогенераторах выгодно использовать режим пузырькового кипения, поскольку именно он позволяет обеспечить отвод значительных количеств тепла при сравнительно малых температурных разностях. Так как при кипении насыщенной жидкости температура в ее объеме обычно мало отличается от температуры насыщения при заданном давлении, то коэффициент теплоотдачи α удобно определять как

$$\alpha = \frac{q}{t_{ст} - t_s}, \quad (3.1)$$

где q — плотность теплового потока (тепловая нагрузка); $t_{ст}$ — температура стенки; t_s — температура насыщения.

Основными параметрами, от которых зависит коэффициент теплоотдачи при пузырьковом режиме кипения жидкости в большом объеме, являются тепловая нагрузка поверхности нагрева q (либо температурный напор $\Delta t = t_{ст} - t_s$) и давление p . Кроме того, существенную роль в процессе теплообмена могут играть свойства и состояние теплоотдающей поверхности и, главным образом, ее микрошероховатость и смачиваемость. Однако удовлетворительно описать влияние поверхностных условий на коэффициент

теплоотдачи при кипении в количественной форме пока не удастся, поэтому в соотношениях, которые рекомендуются для инженерных расчетов, ограничиваются учетом только зависимости α от q (либо Δt) и p . Предлагаемые в справочной литературе расчетные формулы получены, как правило, чисто эмпирическим путем и дают возможность найти только среднее значение коэффициента теплоотдачи при кипении определенной жидкости в строго ограниченном диапазоне определяющих параметров. Точность расчета α по этим формулам обычно невелика и погрешность иногда может составлять $\pm 30\%$.

Теплообмен при развитом пузырьковом кипении воды на технически гладких поверхностях в большом объеме в диапазоне давлений $0,1 \div 20$ МПа можно описать формулой

$$\alpha = 4,32(p^{0,14} + 1,28 \cdot 10^{-2} p^2) q^{0,7}, \quad (3.2)$$

где α выражено в Вт/(м²·К); q – в Вт/м²; p – в МПа. Из этой формулы следует, что $\alpha \sim q^{0,7}$; зависимость α от p качественно иллюстрируется графиком, представленным на рис. 3.2. Из него видно, что с повышением давления коэффициент теплоотдачи сначала медленно увеличивается, а затем при приближении к критическому давлению $p_{кр}$ резко возрастает. Для других жидкостей характер поведения α при изменении q и p при пузырьковом кипении аналогичен, однако численные значения констант в эмпирических уравнениях типа (3.2) зависят от физических свойств кипящей среды.

Если коэффициент теплоотдачи определяется согласно (3.1), то теплообмен при пузырьковом кипении жидкостей, недогретых до температуры насыщения, можно рассчитывать по формулам для кипения в условиях насыщения, в частности для воды остается справедливой формула (3.2).

При развитом пузырьковом кипении теплоотдача не зависит от уровня гравитационных сил. Если отрывной диаметр паровых

пузырей* меньше размеров теплоотдающей поверхности, то они, а также форма этой поверхности не влияют на коэффициент теплоотдачи. На поверхностях, различным образом ориентированных в поле сил тяжести, теплоотдача при пузырьковом кипении практически одинакова в том случае, если не затрудняется эвакуация паровых пузырей от поверхности теплообмена.

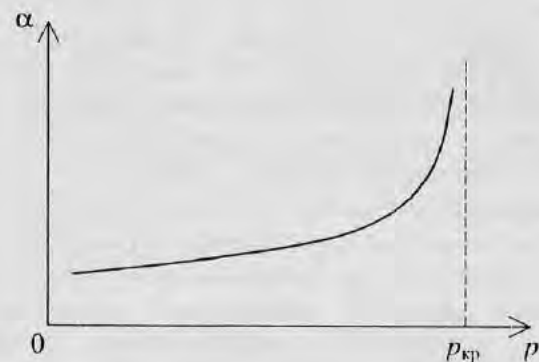


Рис. 3.2. Качественный характер изменения коэффициента теплоотдачи при пузырьковом кипении жидкости с давлением

Существующие экспериментальные данные свидетельствуют о том, что при кипении на шероховатых поверхностях интенсивность теплообмена оказывается, как правило, выше, чем на гладких стенках. Путем создания на теплоотдающей стенке углублений специальной формы и размеров, способствующих увеличению числа действующих центров парообразования, удается особенно сильно повысить коэффициент теплоотдачи при пузырьковом кипении.

В специальных опытах показано, что для смачивающих стенку жидкостей (краевой угол смачивания $\theta < 90^\circ$) коэффициент

* Для воды давление в критической точке $p_{кр} = 22,1$ МПа.

* При кипении воды в условиях атмосферного и более высоких давлений диаметры паровых пузырей в момент отрыва от поверхности нагрева не превышают 1 – 2 мм.

теплоотдачи при кипении увеличивается с ростом θ (более чем в два раза при изменении θ от 40 до 90°). При дальнейшем увеличении θ до 140° α практически не изменяется.

Поскольку кипение жидкости на твердой поверхности в целом представляет собой совокупность нестационарных процессов теплопереноса, которые развиваются в окрестности центров парообразования и охватывают не только перегретый вблизи стенки слой жидкости с растущими в нем паровыми пузырями, но и саму теплоотдающую стенку, то теплофизические свойства последней, а также ее толщина могут влиять на коэффициент теплоотдачи. Однако это, казалось бы, очевидное заключение не всегда подтверждается экспериментальными данными. Указанные эффекты, вероятно, завуалированы совокупным действием других поверхностных факторов, поэтому выявить в экспериментах влияние теплофизических свойств материала поверхности нагрева на коэффициент теплоотдачи при кипении затруднительно.

В случае образования на теплоотдающей стенке накипи или слоя каких-либо других отложений при расчете теплоотдачи необходимо учитывать дополнительное термическое сопротивление, обусловленное этим слоем. Для этого требуется знание толщины и эффективного коэффициента теплопроводности слоя загрязнений.

В заключение данного раздела следует отметить, что пока не существует достаточно строгой теории процесса кипения, хотя множество попыток, направленных на ее создание, было предпринято. Поэтому трудно указать на наилучшие обобщенные соотношения для расчета теплоотдачи при кипении среди большого количества уже предложенных зависимостей. Для оценки коэффициента теплоотдачи в режиме развитого пузырькового кипения различных жидкостей можно рекомендовать, например, критериальные зависимости С.С. Кутателадзе:

$$Nu = 7 \cdot 10^{-4} Pr^{0.35} (PeK_p)^{0.7}, \quad (3.3)$$

или

$$Nu = 1.5 \cdot 10^{-3} (PeK_p)^{2/3} (1 - \rho''/\rho')^{2/3}, \quad (3.4)$$

где $Nu = \frac{\alpha}{\lambda} \sqrt{\frac{\sigma}{(\rho' - \rho'')g}}$; $Pe = \frac{q}{r\rho''a} \sqrt{\frac{\sigma}{(\rho' - \rho'')g}}$; $K_p = \frac{p}{\sqrt{\sigma(\rho' - \rho'')g}}$;

$Pr = \frac{\nu}{a}$. В критериях подобия свойства жидкости – коэффициент теплопроводности λ , плотность ρ' , коэффициент кинематической вязкости ν , коэффициент температуропроводности a – выбираются на линии насыщения при заданном давлении p ; ρ'' – плотность насыщенного пара; g – ускорение свободного падения; σ – поверхностное натяжение на границе раздела фаз; r – скрытая теплота парообразования.

Удачной модификацией соотношений С.С. Кутателадзе является формула Боришанского – Минченко:

$$Nu = 8.7 \cdot 10^{-4} (PeK_p)^{0.7}. \quad (3.5)$$

Еще одно обобщенное уравнение, которое можно рекомендовать для оценки среднего уровня теплоотдачи при пузырьковом кипении жидкостей в большом объеме, предложено Д.А. Лабунцовым. В размерной форме это уравнение записывается следующим образом:

$$\alpha = 0.075 \left[1 + 10 \left(\frac{\rho''}{\rho' - \rho''} \right)^{2/3} \right] \left(\frac{\lambda^2}{\nu \sigma T_s} \right)^{1/3} q^{2/3}, \quad (3.6)$$

здесь T_s – абсолютная температура насыщения в К.

3.1.3. Первая критическая плотность теплового потока

Как следует из вышеизложенного, возможность отвода тепла от поверхности нагрева с высокой интенсивностью, которая характерна для режима пузырькового кипения жидкости, ограничена первой критической плотностью теплового потока $q_{кр1}$. На кривой кипения, изображенной на рис. 3.1, значению $q_{кр1}$

соответствует точка B . В условиях $q = \text{const}$ на теплоотдающей поверхности уже небольшое превышение теплового потока над его критическим значением приводит к резкому увеличению температуры поверхности вследствие значительного падения коэффициента теплоотдачи при переходе к режиму пленочного кипения (точка E на кривой кипения). При этом в большинстве случаев скачок температуры настолько велик, что заканчивается пережогом поверхности нагрева. Поэтому в практическом отношении вопрос о необходимости знания величины $q_{\text{кр1}}$ является весьма важным.

Среди многочисленных представлений о механизме резкого ухудшения (кризиса) теплоотдачи при кипении можно выделить две основные точки зрения. Первая из них, которая получила название гидродинамической модели возникновения кризиса, впервые была выдвинута С.С. Кутателадзе и затем независимо теоретически разработана Н. Зубером. Вторая точка зрения основана на термодинамическом подходе к явлению кризиса.

Гидродинамическая модель. Согласно гидродинамической модели причина кризиса теплоотдачи при кипении – значительное ограничение доступа охлаждающей жидкости к отдельным участкам поверхности нагрева при достижении определенной скорости парообразования. Прослойка жидкости на этих участках в условиях кризиса периодически быстро высыхает, и возникает возможность образования на поверхности сплошной паровой пленки в результате оттеснения жидкости от теплоотдающей стенки образующимся на ней паром. Перестройка структуры двухфазного граничного слоя, характерного для пузырькового кипения, является следствием потери его устойчивости. Развитие процесса кризиса определяется в основном гидродинамическими факторами. Ввиду сильной турбулизации жидкости вязкие силы не играют существенной роли, и условия устойчивости двухфазного несжимаемого граничного слоя над неограниченной горизонтальной поверхностью определяются взаимодействием динамического напора паровых струй, образующихся на поверхности нагрева, с гравитационными и поверхностными силами. По порядку величины динамический напор пара оценивается как $\rho'' w''^2$, а работа, затрачиваемая на оттеснение

жидкости от стенки, в расчете на единицу объема составляет $g(\rho' - \rho'')\delta$. Здесь δ – средняя толщина паровой пленки, которая из соображений размерности может быть принята пропорциональной капиллярной постоянной $\sqrt{\sigma/[g(\rho' - \rho'')]}$. Пристенный слой теряет устойчивость, когда отношение рассматриваемых величин (критерий устойчивости) достигает определенного значения:

$$\frac{\rho'' w_{\text{кр}}''^2}{g(\rho' - \rho'')\delta} \sim \frac{\rho'' w_{\text{кр}}''^2}{\sqrt{g\sigma(\rho' - \rho'')}} = \text{const}. \quad (3.7)$$

При кипении критическую скорость парообразования $w_{\text{кр}}''$ можно заменить на $q_{\text{кр1}}/(\rho'' r)$, поэтому, произведя такую замену в выражении (3.7) и извлекая из него квадратный корень, получим

$$q_{\text{кр1}} = kr \sqrt{\rho''^3 g \sigma (\rho' - \rho'')}, \quad (3.8)$$

где k – некоторая константа.

По экспериментальным данным для кипения различных жидкостей при температуре насыщения значение константы k_1 , соответствующей первой критической плотности теплового потока $q_{\text{кр1}}$, в формуле (3.8) в среднем приблизительно равно 0,14.

Так как свойства любой жидкости зависят от давления p , то изменение его приводит к соответствующему изменению $q_{\text{кр1}}$. На рис. 3.3 показана вытекающая из формулы (3.8) качественная зависимость первой критической плотности теплового потока от давления. На этом рисунке $p_{\text{кр}}$ – давление в критической (в термодинамическом смысле) точке для данного вещества. Характерный максимум на кривой $q_{\text{кр1}} = f(p)$ для всех жидкостей наблюдается при давлении $p \approx p_{\text{кр}}/3$, при $p \rightarrow p_{\text{кр}}$ $q_{\text{кр1}} \rightarrow 0$. Отмеченные закономерности в целом хорошо подтверждаются опытными данными.

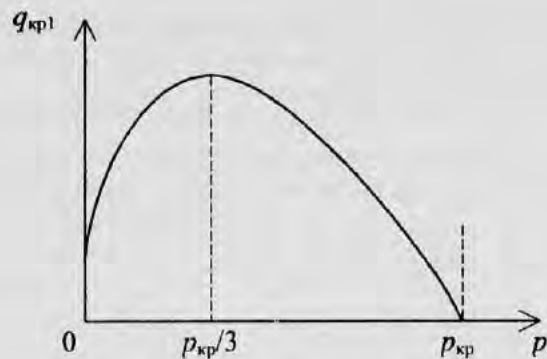


Рис. 3.3. Качественный характер зависимости первой критической плотности теплового потока от давления

Если температура объема жидкости $t_{ж}$ вдали от поверхности нагрева меньше температуры насыщения t_s , то образующиеся на перегретой стенке паровые пузырьки будут конденсироваться в толще жидкости, дополнительно ее перемешивая и передавая скрытую теплоту парообразования r . С ростом недогрева жидкости $\vartheta = t_s - t_{ж}$ критический тепловой поток увеличивается. Чтобы учесть влияние недогрева в рамках гидродинамической модели кризиса теплоотдачи при пузырьковом кипении, расчет $q_{кр1}$ выполняется по формуле

$$q_{кр1\vartheta} = q_{кр1} \left[1 + 0,1 \left(\frac{\rho'}{\rho''} \right)^{3/4} \frac{c_p \vartheta}{r} \right], \quad (3.9)$$

где $q_{кр1}$ вычисляется по соотношению (3.8); c_p — удельная теплоемкость жидкости при постоянном давлении.

Термодинамический подход. Суть термодинамического подхода к явлению кризиса кипения состоит в утверждении, что кризис наступает в тот момент, когда температура стенки достигает температуры предельного перегрева жидкости $t_{пр}$, при которой жидкое состояние вещества абсолютно неустойчиво и

существовать не может. Контакт жидкости со стенкой при этом полностью исключается, так как в противном случае жидкость взрывообразно вскипает и мгновенно оттесняется от стенки паром. Таким образом, пузырьковое кипение в этих условиях не может быть реализовано.

В технических устройствах предельные перегревы жидкости практически никогда не достигаются, так как в самой жидкости, а также на поверхностях нагрева обычно имеются растворенные или адсорбированные газы, а также различные примеси, которые служат готовыми центрами парообразования. Однако термодинамический подход к явлению первого кризиса все же заслуживает внимания в тех случаях, когда образование зародышей паровых пузырей затруднено (отсутствие газообразных примесей, низкие давления, ударный нагрев, гладкие теплоотдающие поверхности, хорошая их смачиваемость). Отмеченные обстоятельства характерны, например, для криогенных и некоторых органических жидкостей, в которых переход к пленочному кипению может происходить даже непосредственно из области однофазной конвекции, минуя стадию пузырькового кипения.* Кризис кипения может иметь термодинамическую природу и при высоких давлениях, когда предельный перегрев жидкости по отношению к температуре насыщения сравнительно мал.

Следует иметь в виду, что представленные ранее расчетные формулы (3.8) и (3.9) не учитывают влияния на критический тепловой поток ряда дополнительных факторов. Так, согласно опытным данным увеличение $q_{кр1}$ наблюдается при улучшении смачивания поверхности нагрева (уменьшении краевого угла смачивания θ). Снижение $q_{кр1}$ происходит в том случае, если отвод пара от теплоотдающей поверхности затруднен. Например, значения $q_{кр1}$ для вертикальной плиты ниже, чем для горизонтальной плиты, обращенной греющей поверхностью вверх. Особенно сильно они снижаются при повороте плиты на 180° , когда поверхность теплообмена обращена греющей стороной вниз. Таким образом, ориентация теплоотдающей стенки в поле

* Иногда такой вид кризиса связывают с кавитационным механизмом и называют третьим кризисом.

массовых сил имеет большое значение при оценке $q_{кр1}$. Форма и размеры поверхности нагрева в определенных условиях также оказывают влияние на $q_{кр1}$. Зависимость критического теплового потока от поперечного размера нагревателя заметно проявляется, если этот размер соизмерим с отрывным диаметром парового пузыря, т.е. с величиной порядка $\sqrt{\sigma / [g(\rho' - \rho'')]}$. Согласно данным ряда работ микрошероховатость поверхности, обусловленная ее механической обработкой, не влияет на $q_{кр1}$. В то же время критический тепловой поток удается существенно увеличить, если на поверхности создать достаточно крупные макронеровности (специальные отверстия, регулярно расположенные канавки и т.п.). По заключению некоторых авторов критический тепловой поток зависит от теплофизических свойств и толщины теплоотдающей стенки, а также наличия на ее поверхности малотеплопроводных отложений или специальных покрытий. Более подробные сведения по всем этим вопросам можно найти в справочниках [6, 7] и специальной литературе, посвященной теплообмену при кипении, например [12, 13].

3.2. Кипение в вынужденном потоке

По сравнению с кипением в большом объеме теплообмен при кипении в вынужденном потоке имеет более сложный механизм, который в значительной степени определяется режимом и параметрами течения двухфазной смеси. При пузырьковом кипении недогретой или насыщенной жидкости в каналах вынужденная конвекция и парообразование в пристенном слое могут совместно воздействовать на теплоотдачу. В зависимости от скорости движения жидкости и плотности теплового потока на стенке канала степень влияния отмеченных факторов на коэффициент теплоотдачи различна. При низких тепловых нагрузках и высоких скоростях потока, когда кипение не развито, преобладает механизм теплообмена, связанный с вынужденной конвекцией. Наоборот, при развитом кипении в области достаточно больших тепловых потоков и малых скоростей течения наблюдаются закономерности теплообмена, характерные для условий кипения жидкости в большом объеме.

3.2.1. Параметры двухфазных потоков

Наличие двух фаз в канале с движущейся парожидкостной смесью приводит к тому, что количество параметров, используемых для описания двухфазного течения, значительно больше, чем в случае однофазного потока. Различают расходные и истинные характеристики двухфазных потоков.

Полный массовый расход M (кг/с) двухфазной смеси в канале – это сумма массовых расходов жидкой M' и паровой M'' фаз*, т.е.

$$M = M' + M''.$$

Отношение массового расхода паровой фазы к массовому расходу смеси называется массовым расходным паросодержанием:

$$x = M'' / (M' + M'').$$

Аналогично объемное расходное паросодержание определяется как

$$\beta = V'' / (V' + V''),$$

где $V' = M' / \rho'$ и $V'' = M'' / \rho''$ – объемные расходы, м³/с; ρ' и ρ'' – плотности жидкой и паровой фаз, кг/м³. Из этих определений вытекает следующая связь между x и β :

$$\frac{1-x}{x} = \frac{1-\beta}{\beta} \cdot \frac{\rho'}{\rho''}.$$

Среднюю (расходную) плотность смеси $\rho_{см}$ принято находить из выражения

$$\rho_{см}(V' + V'') = \rho'V' + \rho''V'',$$

откуда с учетом определения β и x

* При описании двухфазных течений все параметры, относящиеся к жидкой фазе, принято отмечать индексом ', к паровой – индексом ''.

$$\rho_{см} = \rho'(1 - \beta) + \rho''\beta = \left(\frac{1-x}{\rho'} + \frac{x}{\rho''} \right)^{-1}.$$

Отношение массового расхода смеси к площади поперечного сечения канала S называется массовой скоростью (кг/(м²·с)), которая обозначается двумя символами ρ и w :

$$\rho w = M/S.$$

При постоянных значениях M и S массовая скорость не изменяется вдоль канала при изменении паросодержания потока.

Полезными расходными характеристиками двухфазного течения являются так называемые приведенные скорости фаз (приведенные к полному поперечному сечению канала):

$$w_0' = V'/S; \quad w_0'' = V''/S.$$

Делением объемного расхода двухфазной смеси на площадь поперечного сечения канала можно получить скорость смеси $w_{см}$, которая равна сумме приведенных скоростей жидкости и пара:

$$w_{см} = (V' + V'')/S = w_0' + w_0''.$$

В технических расчетах часто используется еще один параметр двухфазного потока, который равен отношению массовой скорости к плотности жидкой фазы, он называется скоростью циркуляции:

$$w_0 = \rho w / \rho'.$$

Между скоростью смеси и скоростью циркуляции имеется следующая связь:

$$w_{см} = w_0 [1 + x(\rho'/\rho'' - 1)].$$

К истинным характеристикам двухфазного потока относится прежде всего истинное объемное паросодержание ϕ . Оно

определяется (рис. 3.4) как отношение площади проходного сечения S'' , занятого паровой фазой, к общей площади проходного сечения канала $S = S' + S''$:

$$\phi = S''/(S' + S'').$$

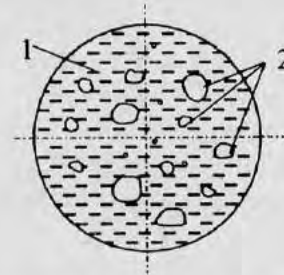


Рис. 3.4. Поперечное сечение канала с двухфазной средой: 1 – жидкость; 2 – пар

Если известно ϕ , то можно вычислить истинную плотность смеси:

$$\rho_{ист} = \rho'(1 - \phi) + \rho''\phi.$$

Истинные средние скорости фаз w' и w'' находятся как

$$w' = V'/S' \quad \text{и} \quad w'' = V''/S'',$$

или так как $S' = S(1 - \phi)$ и $S'' = S\phi$, то

$$w' = \frac{V'}{S(1 - \phi)} = \frac{w_0'}{1 - \phi} \quad \text{и} \quad w'' = \frac{V''}{S\phi} = \frac{w_0''}{\phi}.$$

В реальных двухфазных потоках средние скорости фаз w' и w'' не равны друг другу. Так, при подъемном течении в вертикальных каналах пар движется быстрее жидкости, а при опускном, наоборот, медленнее. Относительная скорость фаз $w_{отн} = w'' - w'$ называется скоростью скольжения, а отношение скоростей

$s = w''/w'$ – коэффициентом скольжения. Таким образом, при подъемном движении двухфазной смеси $s > 1$, а при опускном – $s < 1$.

В термодинамически равновесном потоке* истинное объемное паросодержание φ и коэффициент скольжения s связаны с расходными параметрами β и x следующими соотношениями:

$$\varphi = \frac{1}{1+s} \frac{1-\beta}{\beta} = \frac{1}{1+s} \frac{1-x}{x} \frac{\rho''}{\rho'};$$

$$s = \frac{\beta}{1-\beta} \frac{1-\varphi}{\varphi} = \frac{x}{1-x} \frac{1-\varphi}{\varphi} \frac{\rho'}{\rho''}.$$

Если $s > 1$, то $\varphi < \beta$, наоборот, при $s < 1$ $\varphi > \beta$. В простейшем случае гомогенного течения, когда фазы распределены по объему равномерно и скольжение отсутствует ($s = 1$), $\varphi = \beta$.

Еще один важный параметр двухфазного потока – относительная (балансная) энтальпия x_6 . По определению

$$x_6 = (h - h')/r,$$

где h – энтальпия потока, Дж/кг; $r = h'' - h'$ – скрытая теплота парообразования, Дж/кг; h' и h'' – энтальпии жидкости и пара при температуре насыщения. Для термодинамически равновесных потоков $h = h'(1-x) + h''x$ и $x = x_6$. При отсутствии термодинамического равновесия (кипение жидкости с недогревом, испарение капель жидкости в перегретом паре) в отличие от величины x , изменяющейся от 0 до 1, относительная энтальпия x_6

* Двухфазный поток называется термодинамически равновесным, если фазы имеют одинаковую температуру. Примерами термодинамически неравновесных потоков являются поток недогретой до температуры насыщения жидкости, в котором на обогреваемой стенке канала происходит кипение, и поток перегретого пара с испаряющимися в нем каплями жидкости.

может иметь как отрицательные значения, так и значения больше единицы.

3.2.2. Режимы течения и структура двухфазных потоков

При вынужденном движении двухфазных сред наблюдается большое разнообразие форм (или режимов) течения, которые характеризуются различными типами распределения фаз по отношению друг к другу и к стенкам канала. Тип этого распределения (или структура потока) тесно связан с гидравлическим сопротивлением и теплообменом и поэтому являются важными характеристиками двухфазной системы. Существующая классификация режимов течения довольно условна и сложилась, главным образом, в результате наблюдений газожидкостных и пароводяных потоков.

Для вертикальных каналов (рис. 3.5, а) установлены следующие основные режимы двухфазного течения: пузырьковый, снарядный (пробковый), эмульсионный (вспененный), дисперсно-кольцевой и дисперсный; для горизонтальных труб (рис. 3.5, б), кроме того, выделяют расслоенный режим и ряд разновидностей волнового течения.

При пузырьковом режиме, который устанавливается при низких паросодержаниях, паровая фаза движется в жидкости в виде отдельных пузырей, размер которых мал по сравнению с характерным размером поперечного сечения канала.

При увеличении паросодержания образуются крупные пузыри, которые занимают почти все сечение канала и могут иметь большую длину (при низких давлениях до 1 м и более). Передняя часть пузырей скруглена и по форме они напоминают артиллерийские снаряды, в связи с чем этот тип двухфазного течения получил название снарядного режима. От стенки паровые снаряды отделены тонким слоем жидкости, а друг от друга – жидкостными пробками с небольшими пузырьками пара.

Эмульсионный режим характеризуется наличием в потоке значительного количества небольших паровых объемов, которые разделены жидкими пленками.

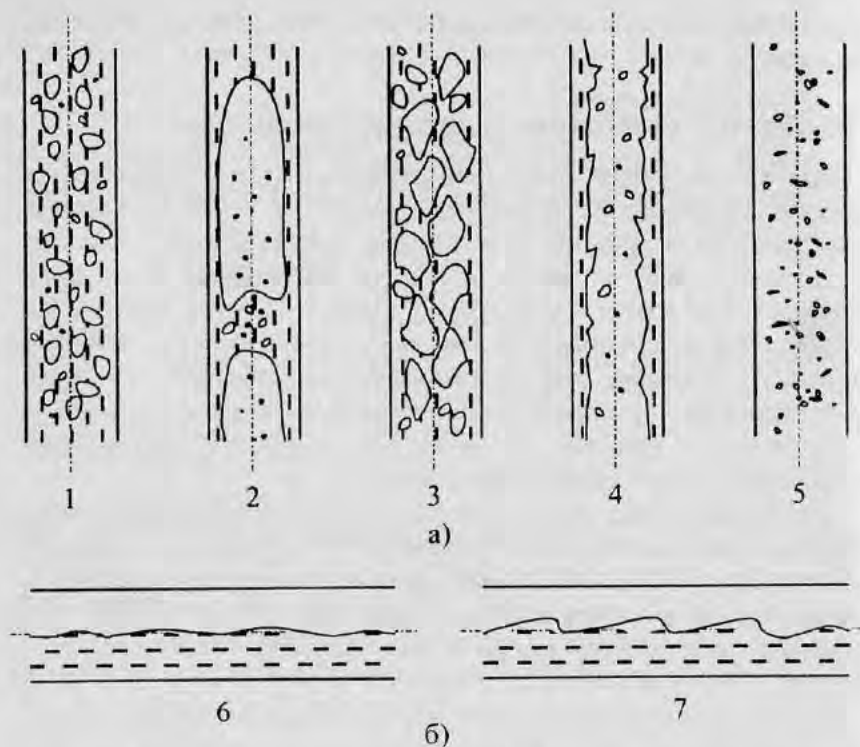


Рис. 3.5. Основные режимы течения двухфазного потока в каналах: а – вертикальные каналы: 1 – пузырьковый; 2 – снарядный; 3 – эмульсионный; 4 – дисперсно-кольцевой; 5 – дисперсный; б – горизонтальные каналы (дополнительные режимы): 6 – расслоенный; 7 – волновой

При дисперсно-кольцевом режиме течения ядро потока занято паровой фазой с мелкими каплями жидкости, по стенке канала движется жидкая пленка, поверхность которой возмущена волнами. Высота гребней волн и расстояние между ними зависят от паросодержания.

В случае дисперсного режима вся жидкость движется в виде мелких капель, распределенных в потоке пара. Поверхность стенки омывается паром.

Возникновение того или иного типа течения зависит от многих факторов, среди которых следует указать физические свойства фаз, режимные параметры потока (давление p , массовая скорость w ,

паросодержание x) и некоторые другие характеристики, такие, как геометрическая форма и размеры канала, его ориентация в поле массовых сил, интенсивность обогрева, условия ввода фаз и т.д. Существенна также возможность контакта жидкости со стенкой канала. В случае несмачивания или устойчивого пленочного кипения наблюдаются так называемые обращенные кольцевая (стержневая) и снарядная структуры, когда жидкая фаза отделена от стенки сплошной паровой пленкой.

Представление об областях существования различных структур газо- или парожидкостных потоков можно составить из рассмотрения диаграмм или карт режимов течения, приводимых в литературе [6, 7, 13]. В качестве параметров, определяющих границы областей существования отдельных режимов, на диаграммах обычно выбирают либо размерные характеристики потока (скорость смеси, массовые расходы или приведенные скорости отдельных фаз), либо безразмерные комбинации из этих величин и некоторых физических свойств фаз и размеров канала (отношение расходов фаз и смеси, критерий Фруда, отношение плотностей, вязкостей жидкой и паровой фаз и т.д.). В последнем случае диаграммы носят более общий характер и иногда могут быть распространены на подобные течения разных жидкостей. Для вертикального пароводяного потока одна из таких диаграмм приведена на рис. 3.6, где переменными параметрами являются массовая скорость w и относительная энтальпия x , диаметр трубы d и давление p фиксированы.

Из диаграммы видно, что снарядный режим существует только при небольших массовых скоростях. В случае высоких значений w происходит сильное перемешивание потока и пузырьковый режим с ростом x переходит в эмульсионный. Наиболее значительный диапазон массовых расходов паросодержаний занимает дисперсно-кольцевой режим течения ($x > 15\%$). При увеличении давления границы всех режимов смещаются в область более высоких значений x .

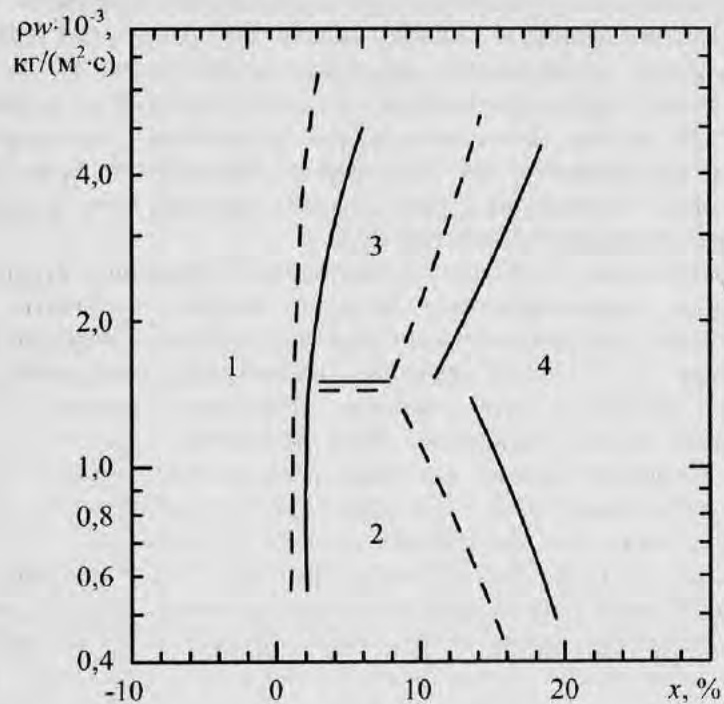


Рис. 3.6. Диаграмма режимов течения в координатах $\rho w - x$ для пароводяного потока при подъемном движении в вертикальной трубе диаметром $d = 10,2$ мм: 1 – пузырьковый режим; 2 – снарядный; 3 – эмульсионный; 4 – дисперсно-кольцевой. Пунктирные линии – $p = 3,4$ МПа; сплошные – $p = 6,9$ МПа

3.2.3. Теплоотдача при двухфазном течении в каналах

При вынужденном движении кипящей жидкости в обогреваемом канале вследствие подвода тепла к потоку происходит непрерывное увеличение паросодержания и последовательная смена режимов течения двухфазной среды. Для того чтобы составить представление о происходящих при этом процессах, рассмотрим, например, вертикальный парогенерирующий канал, на вход которого поступает жидкость, имеющая температуру $t_{ж.вх}$ ниже температуры насыщения t_s (рис. 3.7).

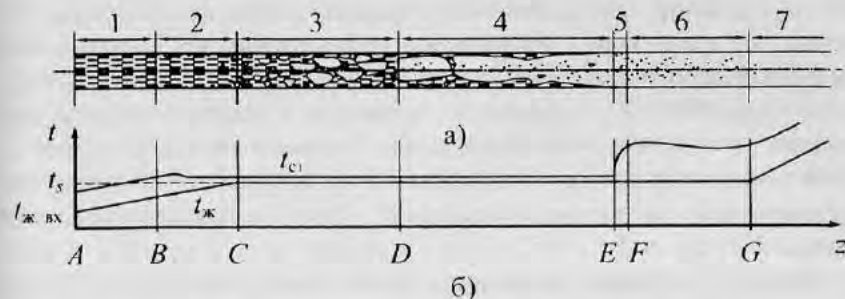


Рис. 3.7. Режимы течения двухфазной среды в вертикальном парогенерирующем канале (а) и характер изменения средней температуры жидкости и температуры стенки по длине канала (б)

Пусть на стенке канала задана постоянная плотность теплового потока ($q_{ст} = \text{const}$). Если канал достаточно длинный и на его выходе образуется перегретый пар, то можно выделить, по крайней мере, семь зон по длине канала, в которых теплообмен по интенсивности и своему характеру различен.

В зоне 1 жидкость не кипит, так как температура стенки $t_{ст}$ либо ниже температуры насыщения, либо перегрев $t_{ст} - t_s$ недостаточен для начала парообразования. Коэффициент теплоотдачи в однофазной среде в этой зоне практически постоянен. Средняя температура жидкости $t_{ж}$ и температура стенки здесь линейно возрастают, относительная энтальпия $x < 0$. Зона 1 охватывает сечения канала, начиная от входа (точка А) до сечения в точке В, где становится возможным поверхностное кипение недогретой жидкости.

Зона поверхностного кипения (зона 2) расположена между сечениями канала в точках В и С. На поверхности канала в тонком перегретом слое жидкости образуются паровые пузыри, которые попадая во время роста в относительно холодное ядро потока могут конденсироваться в нем, даже не отрываясь от стенки. По мере продвижения по длине канала температура жидкости и относительная энтальпия увеличиваются вплоть до точки С, где $t_{ж} = t_s$ и $x = 0$. Число действующих центров парообразования быстро растет, паровые пузыри начинают проникать в глубь потока недогретой жидкости, где они по-прежнему конденсируются.

Перемешивание пристенного слоя паровыми пузырями и передача тепла за счет скрытой теплоты парообразования значительно интенсифицируют теплообмен, поэтому рост температуры стенки резко замедляется, затем после небольшого падения температура стенки становится постоянной, всего лишь немного превышая t_s . Для зоны поверхностного кипения характерна термодинамическая неравновесность потока, поскольку $t_{ж} < t_{ст}$, а температура пара равна t_s .

Зона 3 – зона кипения насыщенной жидкости. Здесь относительная энтальпия x положительна и соответствует массовому расходному паросодержанию, которое в условиях $q_{ст} = \text{const}$ увеличивается по длине канала по линейному закону. Истинное паросодержание потока ϕ в этой зоне резко возрастает, происходит последовательная смена режимов течения двухфазной смеси от пузырькового режима к снарядному или эмульсионному, а затем к дисперсно-кольцевому, который формируется в сечении канала, обозначенном на рисунке точкой D . Средняя температура потока близка к температуре насыщения. Вследствие высокого значения коэффициента теплоотдачи температурный напор (разность температур $\Delta t = t_{ст} - t_s$) составляет небольшую величину.

В зоне 4 истинное паросодержание близко к единице, почти все сечение канала занято паром, содержащим мелкие капли жидкости, по стенке течет жидкая пленка, толщина которой постепенно уменьшается вследствие испарения. Жидкость в пленке может кипеть, но при высоких скоростях движения парового ядра кипение может подавляться, тогда процесс испарения происходит только на поверхности пленки. В дисперсно-кольцевом режиме течения, который соответствует рассматриваемой зоне, теплоотдача может возрастать из-за увеличения скорости двухфазной смеси.

В зоне 5 испаряющаяся пленка жидкости распадается на отдельные ручейки и полностью высыхает. Этот процесс носит нерегулярный характер и обычно сопровождается значительными пульсациями температуры стенки, так как последняя попеременно омывается жидкостью и паром. Теплоотдача значительно ухудшается, а температура стенки при этом резко возрастает, таким

образом, происходит кризис теплоотдачи.* Зона кризиса теплообмена в условиях вынужденного движения по своей протяженности обычно занимает небольшую часть канала между точками E и F (около $10 - 20 d$).

Закризисная зона 6 (дисперсный режим течения) характеризуется отсутствием постоянного контакта жидкости со стенкой. Жидкие капли находятся в термодинамически неравновесном потоке перегретого (особенно вблизи стенки) пара и постепенно испаряются в нем. Относительная энтальпия (массовое расходное паросодержание) потока продолжает расти и достигает единицы в конце данной зоны (в точке G). Из-за низкого значения коэффициента теплоотдачи температура стенки остается высокой.

После полного испарения капель средняя температура пара в зоне 7 начинает линейно увеличиваться, относительная энтальпия потока x становится больше единицы. Температура стенки также растет по линейному закону в соответствии с закономерностями однофазного конвективного теплообмена в потоке перегретого пара.

Расчетные рекомендации. В связи с рассмотренными выше особенностями протекания тепловых и гидродинамических процессов в различных зонах парогенерирующего канала расчет теплоотдачи в каждой зоне следует проводить с учетом этих особенностей.

В зонах 1 и 7 внутри канала (см. рис. 3.7) течет однофазная среда, здесь коэффициент теплоотдачи можно определить по формулам (2.97), (2.98) из раздела 2. В остальных зонах внутренняя поверхность канала охлаждается движущейся двухфазной смесью, поэтому для расчета коэффициента теплоотдачи необходимо использовать формулы, в которых учитываются закономерности теплообмена в двухфазных средах. Ввиду сложности структуры двухфазного потока, а также условий взаимодействия фаз между собой и со стенкой канала полный теоретический анализ процесса

* Здесь рассматривается возникновение кризиса теплообмена в двухфазном потоке при сравнительно небольших тепловых нагрузках. При высоких значениях q кризис может происходить по-другому, более подробные сведения по этому вопросу приводятся в следующем подразделе.

теплообмена при вынужденном двухфазном течении в настоящее время невозможен. Поэтому в практике инженерных расчетов используются эмпирические зависимости, выведенные на основе обобщения полученных экспериментальных результатов.

При экспериментальном исследовании и последующем описании процесса теплообмена в двухфазном потоке в качестве основных параметров, влияющих на интенсивность теплоотдачи, обычно рассматривают тепловую нагрузку q , давление p , массовую скорость w и относительную энтальпию x . Дополнительными факторами, от которых может зависеть коэффициент теплоотдачи при двухфазном течении, являются геометрические размеры канала и его ориентация в поле массовых сил, состояние поверхности нагрева, предыстория кипения и некоторые другие условия.

Из опытов следует, что в режиме развитого пузырькового кипения, который наблюдается при достаточно высоких тепловых нагрузках и не слишком больших скоростях движения двухфазной смеси*, коэффициент теплоотдачи для данной жидкости является, в основном, функцией плотности теплового потока и давления, а влияние массовой скорости и относительной энтальпии несущественно. Это позволяет использовать для расчета коэффициента теплоотдачи при кипении жидкости в каналах соотношения, полученные для большого объема (см. п. 3.1)**.

* При указанных условиях режиму развитого кипения может соответствовать целиком режим кипения в зоне 3 и режимы в части зон 2 и 4 парогенерирующего канала на рис. 3.7. На начальном участке зоны 2 поверхностное кипение недогретой жидкости недостаточно развито, однако протяженность этого участка обычно мала, поэтому его существование в расчетах часто не учитывают. При необходимости учета особенностей кипения жидкости с недогревом рекомендуется обратиться к работе [13]. В конце зоны 4 в условиях дисперсно-кольцевого режима течения двухфазного потока высокого паросодержания кипение в пленке жидкости, текущей по внутренней поверхности канала, может быть подавлено вследствие недостаточности перегрева стенки, необходимого для образования паровых пузырей. Основные закономерности теплообмена в данных условиях, а также рекомендации для расчета коэффициента теплоотдачи кратко рассматриваются далее.

** При кипении в каналах коэффициенты теплоотдачи обычно несколько ниже, чем при пузырьковом кипении в большом объеме, поэтому при расчетах α по формулам для большого объема рекомендуется вводить поправочный множитель $\approx 0,7 - 0,9$.

Однако при увеличении паросодержания двухфазной смеси влияние плотности теплового потока на коэффициент теплоотдачи постепенно ослабевает и возрастает роль конвективных факторов (массовой скорости и паросодержания). В области режимных параметров, которая характеризуется низкими тепловыми нагрузками, именно эти два фактора определяют интенсивность теплообмена при двухфазной конвекции в каналах. Поэтому для описания теплоотдачи к двухфазным потокам высокого паросодержания в режиме конвективного теплообмена обычно используют уравнения, которые включают w , x или скорость смеси $w_{см}$. Для оценки коэффициента теплоотдачи в этих условиях можно воспользоваться, например, простой формулой, часто рекомендуемой в зарубежной литературе [14]:

$$\alpha_{конв} = \frac{3,5}{\sqrt{X_{II}}} \quad (3.10)$$

В формуле (3.10) $\alpha_{конв}$ — коэффициент конвективной теплоотдачи, который рассчитывается по соотношениям для турбулентного течения однофазной жидкости, движущейся в канале с полным массовым расходом двухфазной смеси; свойства жидкости берутся при температуре насыщения; X_{II} — параметр Локарта — Мартинелли, определяемый выражением

$$X_{II} = \left(\frac{1-x}{x} \right)^{0,9} \left(\frac{\rho''}{\rho'} \right)^{0,5} \left(\frac{\mu'}{\mu''} \right)^{0,1}$$

При определенном сочетании режимных параметров двухфазного потока могут возникать условия, когда конвективные факторы, обусловленные вынужденным движением, и кипение жидкости на стенке играют приблизительно одинаковую роль в процессе теплообмена. Коэффициент теплоотдачи в таких режимах будет зависеть как от скорости движения двухфазной среды, так и от плотности теплового потока. Совместное воздействие этих параметров на интенсивность переноса тепла в двухфазном потоке

низкого паросодержания достаточно просто учесть с помощью интерполяционной формулы С.С. Кутателадзе:

$$\frac{\alpha_0}{\alpha_{\text{конв}}} = \sqrt{1 + \left(\frac{\alpha_{\text{кип}}}{\alpha_{\text{конв}}}\right)^2}, \quad (3.11)$$

где значение $\alpha_{\text{кип}}$ оценивается по формулам для кипения жидкости в большом объеме, а при расчете $\alpha_{\text{конв}}$ в качестве скорости, определяющей конвективный теплообмен при турбулентном течении, принимается скорость циркуляции w_0 .

При увеличении паросодержания потока в области дисперсно-кольцевого режима течения возрастает скорость движения парового ядра, что оказывает существенное влияние на перенос тепла в пристенной пленке жидкости и приводит к заметному росту коэффициента теплоотдачи. Учесть эту закономерность удается введением в расчетное уравнение (3.11) дополнительного члена, включающего безразмерный комплекс $\rho'w_{\text{см}}r/q$. Для пароводяного потока в области режимных параметров $p = 0,2 \div 17$ МПа, $q = 0,08 \div 6$ МВт/м², $w_{\text{см}} = 1 \div 300$ м/с в широком диапазоне массовых расходных паросодержаний x коэффициент теплоотдачи можно рассчитать по формуле В.М. Боришанского и других:

$$\frac{\alpha}{\alpha_0} = \sqrt{1 + 7 \cdot 10^{-9} \left(\frac{\rho'w_{\text{см}}r}{q}\right)^{3/2} \left(\frac{\alpha_{\text{кип}}}{\alpha_0}\right)^2}, \quad (3.12)$$

где α_0 определяется по формуле (3.11). Заметное влияние скорости движения парового ядра на теплообмен в двухфазном потоке начинает проявляться при значении комплекса $(\rho'w_{\text{см}}r/q)(\alpha_{\text{кип}}/\alpha_0)^{4/3} > 5 \cdot 10^4$, при меньшем значении этого комплекса можно принимать $\alpha \approx \alpha_0$.

В закризисной зоне б (см. рис. 3.7) в условиях дисперсного режима течения двухфазной смеси теплоотдача значительно ниже, чем в предыдущих зонах парогенерирующего канала. По этой причине эта зона получила название зоны ухудшенного

теплообмена. Расчет коэффициента теплоотдачи в этой зоне при вынужденном движении пароводяного потока в трубах может быть выполнен по формуле З.Л. Миропольского:

$$\text{Nu}'' = 0,023 \left\{ \text{Re}'' \text{Pr}_{\text{ст}}'' \left[x + \left(\frac{\rho''}{\rho'}\right)(1-x) \right] \right\}^{0,8} Y, \quad (3.13)$$

где $\text{Nu}'' = \alpha d/\lambda''$; $\text{Re}'' = \rho w d/\mu''$; $\text{Pr}_{\text{ст}}''$ – критерий Прандтля для сухого насыщенного пара при температуре стенки; $Y = 1 - [(\rho'/\rho'' - 1)(1-x)]^{0,4}$. Данная формула может применяться при достаточно больших массовых скоростях потока $\rho w > 800$ кг/(м²·с) в диапазоне давлений $p = 4 \div 22$ МПа. В более широкой области режимных параметров пароводяного потока для определения коэффициента теплоотдачи в зоне ухудшенного теплообмена можно использовать специальные номограммы, которые приведены, например, в работе [15].

3.2.4. Кризис теплообмена при кипении в вынужденном потоке

Кризис теплообмена является одним из важнейших факторов, которые ограничивают мощность активной зоны ядерного реактора, охлаждаемого вынужденным потоком теплоносителя. Поэтому большое значение имеют четкое представление о причинах возникновения и механизме протекания этого сложного явления, а также знание основных параметров и условий, от которых зависит критическая тепловая нагрузка.

Понятие кризиса теплоотдачи в любом случае связано со сменой режимов теплообмена на теплоотдающей поверхности. Это явление характеризуется достаточно резким ухудшением теплоотдачи, вызванным прекращением контакта жидкости с поверхностью нагрева. В условиях, когда независимой переменной является тепловой поток, даже небольшое его увеличение сверх критического значения может привести в момент кризиса к недопустимому росту температуры поверхности теплообмена. Кроме того, при кризисе теплообмена могут возникать сильные

пульсации температуры теплоотдающей стенки, что может быть весьма опасным для работающей конструкции.

По сравнению с кризисом кипения жидкости в большом объеме явление кризиса в условиях вынужденного движения значительно сложнее, а механизм ухудшения теплоотдачи от стенки обогреваемого канала тесно связан с режимом течения двухфазной среды. Согласно современным представлениям кризис теплообмена при кипении в вынужденном потоке имеет разную природу в различных областях режимных параметров двухфазного течения.

В области недогрева жидкости до температуры насыщения, а также при сравнительно небольших паросодержаниях двухфазной смеси* ухудшение теплоотдачи в момент кризиса связывают с переходом от пузырькового кипения к пленочному. Механизм возникновения на поверхности нагрева паровой пленки в этих условиях пока не совсем ясен и на этот счет существует несколько гипотез. Наиболее распространенная из них соответствует представлениям о гидродинамической природе кризиса пузырькового кипения. В результате оттеснения жидкости от стенки растущими паровыми пузырями и последующего образования парового слоя интенсивность теплообмена в кипящей среде резко падает. Такого рода кризис, который получил название кризиса теплообмена первого рода, обычно возникает в условиях больших тепловых нагрузок и при заданном тепловом потоке сопровождается значительным скачком температуры теплоотдающей поверхности. По характеру своего проявления он напоминает кризис теплоотдачи при кипении жидкости в большом объеме. Параметром, определяющим кризис, в данном случае является критическая плотность теплового потока $q_{кр}$.

При промежуточных и высоких паросодержаниях двухфазной смеси наблюдается другой вид кризиса теплообмена**. Для этих условий характерен дисперсно-кольцевой режим течения, при

* К последней области можно отнести пузырьковый, снарядный, эмульсионный и частично дисперсно-кольцевой режимы течения, когда жидкость кипит на стенке канала.

** Краткая характеристика этого типа кризиса была дана в предыдущем подразделе.

котором двухфазный поток состоит из движущихся в канале пристенной жидкой пленки и расположенного в центральной части парового ядра с диспергированными в нем каплями жидкости. По мере роста паросодержания толщина пристенной пленки уменьшается, а скорость движения пара возрастает. Баланс массы жидкости в пленке в общем случае определяется совокупностью конкурирующих между собой процессов, к которым относятся испарение и унос жидкости с поверхности пленки и выпадение капель на эту поверхность из парового ядра. Нарушение баланса по каким-либо причинам может привести к высыханию пленки, что, в конечном итоге, вызовет кризис теплообмена. Полному осушению стенки предшествует распад пленки на отдельные ручейки, поэтому такой вид кризиса обычно сопровождается значительными пульсациями температуры теплоотдающей поверхности. При этом рост температуры стенки в момент кризиса теплоотдачи сравнительно невелик из-за небольших значений плотности теплового потока, особенно при высоких давлениях. Кризис теплообмена, возникающий при дисперсно-кольцевом течении и связанный с осушением обогреваемой стенки в условиях, когда нарушается баланс массы в жидкой пленке, текущей по внутренней поверхности канала, принято называть кризисом второго рода.

При больших скоростях движения двухфазного потока механизмы возникновения кризиса теплообмена в горизонтальных и вертикальных каналах качественно одинаковы. Однако при малых скоростях в горизонтальном потоке под действием гравитационных сил происходит расслоение фаз (см. рис. 3.5, б), в результате чего условия омывания жидкостью верхней части теплоотдающей поверхности значительно ухудшаются. Поэтому кризис кипения в горизонтальных трубах может наступить при тепловых потоках более низких, чем в вертикальных каналах.

Разная при неодинаковых геометрических и режимных условиях течения интенсивность процессов, определяющих расход жидкости в пристенной пленке, приводит к различному виду зависимостей критического теплового потока $q_{кр}$ от массового расходного паросодержания (относительной энтальпии) x . Характерные случаи таких зависимостей, которые наблюдались при движении пароводяного потока в круглых трубах, представлены на рис. 3.8.

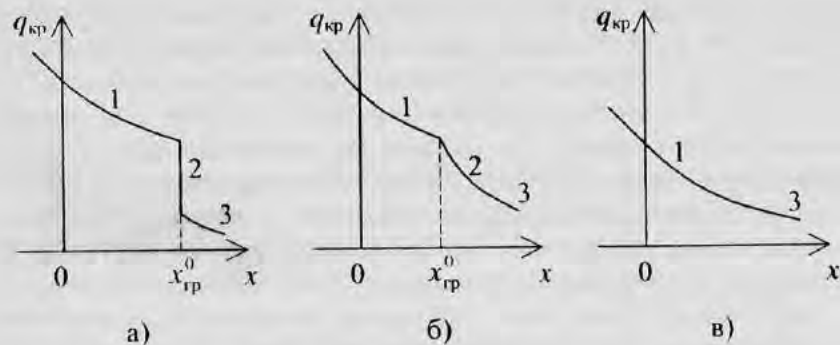


Рис. 3.8. Различные виды зависимостей $q_{кр}(x)$ для пароводяных потоков: кризис, обусловленный: 1 – переходом пузырькового кипения в пленочное; 2 – высыханием жидкой пленки в дисперсно-кольцевом потоке; 3 – прекращением орошения стенки каплями жидкости ("кризис орошения")

Участок 1 кривых соответствует кризису теплообмена, связанному с переходом от пузырькового кипения к пленочному. Здесь $q_{кр}$ монотонно уменьшается с ростом x , что обусловлено ухудшением условий подпитки двухфазного пограничного слоя жидкостью. При достижении некоторого значения паросодержания в определенном интервале давлений и массовых скоростей потока характер зависимости $q_{кр}$ от x сильно изменяется: после характерного излома кривой $q_{кр} = f(x)$ появляется либо практически вертикальный (рис. 3.8, а), либо быстро ниспадающий наклонный (рис. 3.8, б) участок 2*. Наличие вертикального участка объясняется практически полным отсутствием орошения пристенной пленки каплями жидкости, а отклонение кривой от вертикали в сторону больших значений x связано с некоторой подпиткой испаряющейся пленки. Независимо от того, существует вертикальный участок или нет, начало резкого спада зависимости $q_{кр}$ от x характеризуют значением граничного паросодержания $x_{гр}^0$, которое рассматривается в качестве параметра кризиса теплоотдачи второго рода.

* Для пароводяных потоков в круглых трубах отмеченные явления происходят в диапазонах $p \approx 3 \div 16$ МПа и $\rho w \approx 500 \div 2500$ кг/(м²·с).

С увеличением давления и массовой скорости пароводяного потока протяженность быстро ниспадающего участка 2 кривых на рис. 3.8 уменьшается, а при $p > 16$ МПа или $\rho w > 2500 \div 3000$ кг/(м²·с) он практически исчезает. В таких случаях кривая $q_{кр} = f(x)$ не имеет излома (рис. 3.8, в). Это свидетельствует о том, что процесс орошения пленки каплями жидкости идет достаточно интенсивно.

При больших паросодержаниях в области дисперсного режима течения стенка охлаждается попадающими на нее каплями жидкости. Интенсивность выпадения капель здесь является основным фактором, определяющим отвод тепла от греющей стенки. Если плотность теплового потока невелика, то капли попадают на стенку. При более высоких тепловых потоках они отталкиваются от стенки встречным потоком пара и осаждение капель затруднено. Прекращение орошения стенки каплями жидкости вызывает кризис теплоотдачи (участок 3 кривых, изображенных на рис. 3.8). Такой вид кризиса иногда называют "кризисом орошения".

Рассмотренные выше виды кризиса теплообмена в настоящее время наиболее признаны, вместе с тем не исключена возможность существования и других механизмов ухудшения теплоотдачи в двухфазном потоке, которые проявляются в зависимости от условий и режимных параметров течения. Между отдельными механизмами кризиса, по-видимому, нет четких границ, и существуют области взаимного действия двух или более механизмов.

Расчетные рекомендации. Количество факторов, которые определяют условия наступления кризиса теплоотдачи при кипении жидкости в каналах, весьма значительно. К ним, прежде всего, относятся режим течения двухфазной смеси, физические свойства кипящей жидкости, скорость движения, недогрев или паросодержание потока. Кроме того, существенными являются геометрия, размеры и ориентация канала в поле массовых сил, характер распределения тепловой нагрузки в системе, гидродинамическая устойчивость течения (наличие пульсаций расхода или давления) и ряд других факторов.

Большое количество параметров, определяющих значение критического теплового потока, сложная их взаимосвязь и недостаточная изученность механизмов явления сильно затрудняют как аналитическое, так и экспериментальное исследование кризиса теплоотдачи в условиях вынужденного движения. По этой причине в настоящее время не существует надежных обобщающих зависимостей для расчета критической плотности теплового потока при кипении в каналах различных жидкостей. Подавляющее большинство расчетных соотношений получено на основе опытного изучения кризиса теплоотдачи в какой-либо одной конкретной среде.

При составлении рекомендаций по расчету кризиса теплообмена обычно выделяют только надежно фиксируемые в опытах и легко вычисляемые параметры, от которых зависит критический тепловой поток или граничное паросодержание.

Для пароводяного потока отобраны и систематизированы наиболее достоверные опытные данные по критическим тепловым нагрузкам, полученные в технически гладких вертикальных трубах с подъемным движением воды. На основе этих данных составлены скелетные таблицы [16, 17], где приводятся рекомендуемые для расчетов значения $q_{кр}$ в зависимости от давления, массовой скорости и относительной энтальпии. Сокращенный фрагмент таких таблиц для давлений $p = 10$ и 14 МПа приведен ниже (табл. 3.1).

Рекомендации применимы к беспульсационным режимам течения в достаточно длинных ($l/d > 80$) прямых круглых трубах диаметром $d = 8$ мм при температуре воды на входе $t_{вх} \leq t_s$. Для труб других диаметров табличные данные можно скорректировать по формулам:

$$q_{крd} \approx q_{кр8} (8/d)^{0.5} \quad \text{для } d = 8 \div 40 \text{ мм}; \quad (3.14)$$

$$q_{крd} \approx q_{кр8} (8/d)^{0.33} \quad \text{для } d < 8 \text{ мм}.$$

Таблица 3.1
Скелетная таблица значений критического теплового потока для трубы диаметром 8 мм ($q_{кр}$, кВт/м²) [16]

p , КПа	ρw , кг/(м ² ·с)	x								
		-0,5	-0,3	-0,1	0,0	0,1	0,3	0,5	0,7	0,9
10000	300	6039	5266	4870	4832	4016	3233	2240	1076	674
10000	500	6318	5417	4855	4765	4013	2871	1651	848	522
10000	1000	6912	5732	4676	4376	3822	2484	802	460	250
10000	1500	7650	6118	4712	4178	3402	2102	547	253	86
10000	2000	8720	6896	5000	3974	2872	1402	355	155	46
10000	2500	9664	7895	5726	3901	2623	1035	280	126	47
10000	3000	10400	8648	6149	3891	2444	1001	300	147	48
10000	3500	11099	9259	6254	3830	2327	1062	364	151	51
10000	4000	11783	9774	6503	3728	2178	1147	429	160	53
10000	4500	12444	10230	6787	3754	2087	1262	545	188	54
10000	5000	13081	10655	7092	3898	2088	1383	639	229	56
14000	300	4448	4142	3800	3630	3099	1967	986	563	246
14000	500	4497	4181	3618	3399	2963	1605	626	322	164
14000	1000	4928	4349	3197	2705	2189	1209	334	190	70
14000	1500	5911	4821	3394	2650	1886	877	273	150	47
14000	2000	6752	5421	3672	2739	1847	629	220	109	41
14000	2500	7369	6351	4017	2826	1938	529	170	104	43
14000	3000	8033	6834	4390	2931	1959	589	202	108	43
14000	3500	8543	6865	4584	3013	2039	696	257	111	44
14000	4000	8724	6886	4794	3086	2184	871	330	135	44
14000	4500	8731	6942	5054	3189	2368	1067	394	172	45
14000	5000	8733	6999	5568	3321	2520	1164	480	210	47

Для граничных паросодержаний также имеются таблицы [17], где рекомендуемые значения $x_{гр}^0$ представлены в виде $x_{гр}^0 = f(p, \rho w)$ также для трубы диаметром $d = 8$ мм. Значения $x_{гр}^0$ можно рассчитать по интерполяционной формуле

$$x_{гр}^0 = 1 - 0,86 \exp\left(-\frac{19}{\sqrt{We}}\right), \quad (3.15)$$

где $We = (\rho w)^2 d / (\rho' \sigma)$. Для пароводяного потока эта формула описывает экспериментальные данные в диапазоне $p = 3 - 16$ МПа.

Тепловыделяющие сборки (ТВС) современных водо-водяных ядерных реакторов наиболее часто представляют собой пучок тепловыделяющих стержней, омываемый в продольном направлении потоком теплоносителя. Кризис теплоотдачи в таких конструкциях протекает значительно сложнее, чем при вынужденном течении в каналах простой геометрической формы, в том числе круглых трубах. Существенную роль в данном случае играют конструктивные особенности пучка, наличие необогреваемых поверхностей, дистанционирующих решеток или других устройств. Теплогидравлические неравномерности, обусловленные неоднородным распределением мощности тепловыделения по сечению и длине пучка, а также неодинаковыми расходами теплоносителя через параллельные ячейки, влияют на процесс возникновения кризиса теплообмена. Поэтому в инженерной практике наиболее надежны эмпирические соотношения, которые получены на основе экспериментального исследования кризиса теплоотдачи в пучках конкретной конструкции и определенных режимных условиях.

Для расчета критических тепловых потоков в равномерно обогреваемых пучках стержней можно рекомендовать следующую зависимость:

$$q_{кр} = 0,845(\rho w)^{0,2}(1-x)^{1,2}(1-3,35 \cdot 10^{-2}p). \quad (3.16)$$

Формула применима при параметрах пароводяного потока $p = 3 \div 10$ МПа, $(\rho w) = 380 \div 4000$ кг/(м²·с), $x = -0,2 \div 0,25$; для пучков стержней диаметром $d = 5 \div 14$ мм, зазор между стержнями $s - d = 1,7 \div 4,6$ мм, длина стержней $l > 0,4$ м.

Для давления воды $p \approx 16,7$ МПа, которое характерно для реакторов типа ВВЭР, расчет $q_{кр}$ может проводиться по формуле

$$q_{кр} = 0,0356(\rho w)^{0,505}(1-x)^{1,965}(1-7,2 \cdot 10^{-4}p) \quad (3.17)$$

в диапазонах $(\rho w) = 2500 \div 4100$ кг/(м²·с), $x = -0,07 \div 0,27$, $l = 1 \div 2,5$ м.

Для расчета кризиса теплоотдачи в ТВС реактора ВВЭР-1000 рекомендуется формула, полученная в экспериментах, максимально приближенных к условиям работы этого реактора:

$$q_{кр} = 0,795(\rho w)^m(1-x)^n(1-0,0185p), \quad (3.18)$$

где $m = 0,311(1-x) - 0,127$; $n = 0,105p - 0,5$. Формула описывает экспериментальные данные для пароводяного потока в следующем диапазоне параметров: $p = 7,5 \div 16,7$ МПа, $(\rho w) = 700 \div 3500$ кг/(м²·с), $x = -0,07 \div 0,4$; диаметр стержней в пучке $d = 9$ мм, относительный шаг между стержнями $s/d = 1,34 \div 1,385$, длина пучка $l = 1,7 \div 3,5$ м.

Влияние неравномерности распределения плотности теплового потока по длине и сечению ТВС на $q_{кр}$ учитывается с помощью факторов формы:

$$\tilde{q}_{кр} = \bar{q}_{кр} F \Phi,$$

где $\tilde{q}_{кр}$ и $\bar{q}_{кр}$ — соответственно, критические тепловые потоки при неравномерном и равномерном тепловыделении по длине и радиусу ТВС; F — фактор формы, учитывающий аксиальную неравномерность тепловыделения, Φ — фактор формы, учитывающий радиальную неравномерность тепловыделения. Данные о факторах формы содержатся в справочнике [7].

Кроме того, для конструкций пучков тепловыделяющих стержней, используемых в ТВС водоохлаждаемых реакторов (ВВЭР), уже имеются скелетные таблицы значений критического теплового потока, которые можно найти в работе [16].

4. ТЕПЛОБМЕН ПРИ КОНДЕНСАЦИИ

В энергетических установках, в том числе ЯЭУ, конденсация пара осуществляется в конденсаторах паровых турбин, опреснительных установках, регенеративных подогревателях питательной воды и в целом ряде других теплообменных аппаратов. Важную роль процессы конденсации играют и в системах обеспечения безопасности ЯЭУ.

Конденсация – фазовый переход первого рода, когда пар превращается в жидкость при его охлаждении или сжатии.* Конденсация может происходить непосредственно в объеме пара или на охлаждаемых поверхностях, с которыми соприкасается пар.

Образование капелек жидкости в объеме насыщенного пара обычно происходит на готовых центрах конденсации, которыми могут служить находящиеся в паре мельчайшие пылинки (аэрозоли) или электрически заряженные частицы (в частности, ионы). Чистый пар, в котором отсутствуют посторонние центры конденсации, должен быть значительно переохлажден (пересыщен) для того, чтобы в нем началась гомогенная конденсация из-за флуктуаций плотности пара.

Конденсация пара на холодной твердой поверхности, где готовые центры практически всегда присутствуют в достаточном количестве, начинается уже при небольшом переохлаждении (всего лишь на несколько сотых долей градуса).

При конденсации пара выделяется тепло в количестве, равном скрытой теплоте парообразования r , Дж/кг. В условиях стационарного процесса это тепло должно непрерывно отводиться от поверхности охлаждения.

4.1. Виды и условия протекания процессов конденсации

Различают два вида конденсации пара на твердой поверхности, температура которой ниже температуры насыщения. Если поверхность охлаждения или пар загрязнены какими-либо примесями, препятствующими смачиванию твердой поверхности,

* Предполагается, что температура и давление, при которых осуществляется фазовый переход, больше их значений в тройной точке для данного вещества.

то конденсат осаждается на холодной стенке в виде отдельных капель. Такая конденсация называется капельной. Когда жидкость смачивает поверхность охлаждения, конденсирующийся пар образует на холодной поверхности сплошную пленку конденсата. Этот вид конденсации носит название пленочной конденсации.

Коэффициенты теплоотдачи при капельной конденсации паров неметаллических жидкостей значительно (приблизительно в десять раз) выше, чем при пленочной. В промышленных аппаратах практически всегда наблюдается пленочная конденсация.

Состояние пара и условия, в которых происходят процессы конденсации в технических устройствах, могут быть весьма разнообразны. Конденсирующийся пар может быть влажным, сухим насыщенным или даже перегретым относительно температуры насыщения, чистым или содержать различные, чаще всего газообразные, примеси. На холодных твердых поверхностях может конденсироваться неподвижный или движущийся пар. Поверхности охлаждения могут иметь разную геометрическую форму и быть по-разному ориентированы в поле силы тяжести (пластины, трубы, пучки труб, горизонтальные, наклонные, вертикальные поверхности). Пар может конденсироваться на наружной поверхности охлаждаемых труб или внутри них. Конденсация пара может происходить внутри объема холодной жидкости, на сплошных или диспергированных жидких струях и т.д.

Из всего многообразия перечисленных, а также других возможных случаев конденсации в данном разделе будут достаточно подробно рассмотрены только процессы пленочной конденсации чистого неподвижного пара на поверхности находящихся внутри него пластин или труб, имеющих температуру ниже температуры насыщения. Кроме того, будет кратко проанализировано влияние некоторых наиболее важных факторов на коэффициент теплоотдачи при конденсации.

При пленочной конденсации пара течение конденсата в образующейся на холодной поверхности пленке может быть ламинарным или турбулентным. Переход от ламинарного режима течения к турбулентному происходит, когда число Рейнольдса пленки достигает критического значения $Re_{кр}$. Если число

Рейнольдса для пленки определить как $Re = \bar{w} \rho_{ж} \delta / \mu_{ж}$, где \bar{w} – средняя скорость движения жидкости в пленке в рассматриваемом сечении; δ – толщина пленки в том же сечении; $\rho_{ж}$ и $\mu_{ж}$ – плотность и динамический коэффициент вязкости жидкости, то для свободно стекающих пленок $Re_{кр}$ по разным опытным данным может изменяться примерно от 60 до 500. В качестве наиболее вероятного значения $Re_{кр}$ для случая конденсации практически неподвижного пара на вертикальной поверхности обычно принимают $Re_{кр} = 400$, при этом допускается, что при ламинарном режиме течения на поверхности пленки могут возникать капиллярные волны.

4.2. Теплоотдача при пленочной конденсации неподвижного пара

4.2.1. Ламинарный режим течения пленки

Рассмотрим сначала в качестве примера задачу о стационарном теплообмене при пленочной конденсации неподвижного пара* на плоской вертикальной стенке, температура которой поддерживается постоянной и равной $t_{ст}$ (рис. 4.1). Пар – сухой насыщенный, его температура $t_s > t_{ст}$.

При рассмотрении этой задачи примем следующие допущения:
 течение жидкости в пленке ламинарное;
 трение конденсата о пар отсутствует;

изменением давления в направлении течения пленки можно пренебречь ввиду того, что это изменение целиком определяется градиентом гидростатического давления в паре, который весьма невелик, так как плотность пара мала по сравнению с плотностью конденсата;

* На самом деле конденсирующийся пар перемещается по нормали к стенке со средней скоростью $\bar{w}_n = q / (r \rho_n)$, где q – плотность теплового потока на поверхности теплообмена, ρ_n – плотность пара. Например, для насыщенного водяного пара при атмосферном давлении и $q = 3 \cdot 10^5$ Вт/м² $\bar{w}_n \approx 0,23$ м/с. Однако при такой и даже гораздо большей скорости пар еще не оказывает заметного динамического воздействия на пленку конденсата и поэтому может считаться неподвижным.

силы инерции, возникающие в пленке, пренебрежимо малы по сравнению с силами вязкости и силами тяжести;

конвективный перенос тепла в пленке и теплопроводность вдоль нее малы по сравнению с теплопроводностью поперек пленки*;

температура внешней поверхности пленки равна температуре насыщенного пара**;

физические параметры конденсата не зависят от температуры.

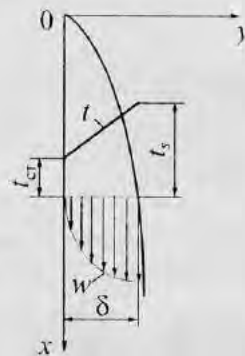


Рис. 4.1. Пленочная конденсация пара на вертикальной стенке

Принятые допущения значительно упрощают математическую формулировку задачи и позволяют получить решение, впервые предложенное Нуссельтом. В результате анализа уравнений энергии и движения для жидкой пленки с учетом сделанных допущений будем иметь следующую систему, состоящую из двух

* Анализ влияния инерционных сил и конвективного переноса тепла в пленке показывает, что при числе фазового перехода $K = \frac{r}{c_{рж}(t_s - t_{ст})} > 5$, где $c_{рж}$ –

удельная теплоемкость жидкости при постоянном давлении, в диапазоне $1 \leq Pr \leq 100$ эти эффекты незначительны.

** Согласно опытным данным по пленочной конденсации чистого водяного пара при давлениях $p_n \geq 10$ кПа температурный скачок на границе раздела фаз, обусловленный сопротивлением фазового перехода, отсутствует. В случае конденсации паров жидких металлов ($Pr \ll 1$) вследствие весьма малого термического сопротивления конденсатной пленки сопротивление фазового перехода может играть существенную роль.

дифференциальных уравнений и соответствующих граничных условий:

$$\frac{\partial^2 t}{\partial y^2} = 0; \quad (4.1)$$

$$\mu_{ж} \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} = -\rho_{ж} g; \quad (4.2)$$

при $y = 0$ $t = t_{ст}$; $w = 0$;

при $y = \delta$ $t = t_s$; $\partial w / \partial y = 0$.

Здесь t и w – температура и скорость в некоторой произвольной точке пленки с координатами x и y ; g – ускорение свободного падения.

Интегрирование уравнения энергии (4.1) дает линейное распределение температуры по толщине конденсатной пленки, откуда с учетом граничных условий

$$\frac{\partial t}{\partial y} = \frac{t_s - t_{ст}}{\delta}.$$

Таким образом, местный коэффициент теплоотдачи α_x , определяемый как отношение плотности теплового потока q в некотором сечении x к разности температур $t_s - t_{ст}$,

$$\alpha_x = \frac{q}{t_s - t_{ст}} = \frac{\lambda_{ж} \frac{\partial t}{\partial y}}{t_s - t_{ст}} = \frac{\lambda_{ж}}{\delta}, \quad (4.3)$$

где $\lambda_{ж}$ – коэффициент теплопроводности жидкости.

Для того чтобы найти закон изменения толщины пленки по высоте пластины, составим уравнение теплового баланса для бесконечно малого элемента dx пленки, ширина которой равна

единице. Согласно этому уравнению изменение на высоте dx секундного массового расхода конденсата в пленке равно количеству тепла, отводимого через элемент площади стенки единичной ширины и высотой dx , деленному на скрытую теплоту парообразования r :

$$\rho_{ж} d \left(\int_0^{\delta} w dy \right) = \frac{q dx}{r}.$$

С учетом (4.3) последнее выражение можно переписать следующим образом:

$$\delta \frac{d}{dx} \left(\int_0^{\delta} w dy \right) = \frac{\lambda_{ж} (t_s - t_{ст})}{r \rho_{ж}}. \quad (4.4)$$

Распределение скоростей под знаком интеграла в выражении (4.4) определяется из уравнения движения (4.2). После интегрирования последнего при заданных граничных условиях имеем

$$w = \frac{\rho_{ж} g}{\mu_{ж}} \left(\delta y - \frac{1}{2} y^2 \right). \quad (4.5)$$

Подставив распределение (4.5) в соотношение (4.4) и решив получающееся в результате этого дифференциальное уравнение относительно δ с учетом условия при $x = 0$ $\delta = 0$, получим зависимость толщины конденсатной пленки от продольной координаты x :

$$\delta = \sqrt[4]{\frac{4 \lambda_{ж} \mu_{ж} (t_s - t_{ст}) x}{r \rho_{ж}^2 g}}. \quad (4.6)$$

* В данном случае не учитывается небольшое дополнительное количество тепла, которое передается стенке за счет охлаждения конденсата ниже температуры насыщения t_s .

Из (4.6) согласно (4.3) следует, что местный коэффициент теплоотдачи

$$\alpha_x = \sqrt[4]{\frac{\lambda_{ж}^3 r \rho_{ж}^2 g}{4 \mu_{ж} (t_s - t_{ст}) x}} \quad (4.7)$$

Для пластины высотой H средний коэффициент теплоотдачи

$$\bar{\alpha} = \frac{\bar{q}_{ст}}{t_s - t_{ст}} = \frac{1}{(t_s - t_{ст})H} \int_0^H q_{ст} dx = \frac{1}{H} \int_0^H \alpha_x dx$$

соответственно равен $\frac{4}{3} \alpha_{x=H}$, или окончательно

$$\bar{\alpha} = 0,943 \sqrt[4]{\frac{\lambda_{ж}^3 r \rho_{ж}^2 g}{\mu_{ж} (t_s - t_{ст}) H}} \quad (4.8)$$

Уравнение (4.8) получило название формулы Нуссельта.

Вследствие принятых упрощающих предположений формула (4.8) является приближенной. Решение Нуссельта не учитывает изменение физических свойств конденсата с температурой, а также возможность возникновения волнового движения пленки, при котором ее средняя тепловая проводимость $(\lambda_{ж}/\delta)_{ср}$ становится выше чем в гладкой пленке. Для учета этих факторов в расчетное уравнение вводятся два поправочных множителя:

$$\bar{\alpha} = \bar{\alpha}_{Nu} \varepsilon_l \varepsilon_v, \quad (4.9)$$

где $\bar{\alpha}_{Nu}$ — коэффициент теплоотдачи, вычисляемый по формуле Нуссельта (4.8) при отнесении всех физических параметров конденсата к температуре насыщения.

Поправка ε_l , учитывающая зависимость физических свойств конденсата от температуры, рассчитывается по формуле

$$\varepsilon_l = \left[\left(\frac{\lambda_{ст}}{\lambda_{ж}} \right)^3 \frac{\mu_{ж}}{\mu_{ст}} \right]^{1/8}, \quad (4.10)$$

где индексы “ж” и “ст” показывают, что значения λ и μ конденсата выбираются соответственно при температуре насыщения жидкости t_s и температуре стенки $t_{ст}$.

Выражение для поправки, учитывающей развитие волнового течения, имеет вид:

$$\varepsilon_v = Re_H^{0,04}, \quad (4.11)$$

Число Рейнольдса Re_H относится к нижнему по ходу движения конденсата сечению пленки. При малых значениях Re_H поправка ε_v близка к единице. По мере увеличения Re_H значение ε_v возрастает и при $Re_H = 400$ $\varepsilon_v = 1,27$.

Поскольку при конденсации пара расход конденсата в сечении $x = H$ $G = \bar{w} \rho_{ж} \delta_{x=H}$ однозначно связан уравнением теплового баланса $Q = rG$ с тепловым потоком $Q = \bar{q}H$, переданным стенке на участке $0 - H$, то Re_H может быть выражено как

$$Re_H = \frac{G}{\mu_{ж}} = \frac{Q}{r \mu_{ж}} = \frac{\bar{q}H}{r \mu_{ж}} = \frac{\bar{\alpha} (t_s - t_{ст}) H}{r \mu_{ж}} \quad (4.12)$$

Так как Re_H обычно заранее неизвестно, то рекомендуется следующий порядок расчета: сначала по (4.9) рассчитывается коэффициент теплоотдачи при $\varepsilon_v = 1$; затем по полученной величине определяется Re_H по (4.12) и далее по (4.11) значение поправки ε_v .

Представленную выше формулу Нуссельта (4.8) можно записать в следующей безразмерной форме:

$$\bar{Nu} = 0,943 \sqrt[4]{GaPrK}, \quad (4.13)$$

где $\overline{Nu} = \frac{\overline{\alpha}H}{\lambda_{ж}}$ – число Нуссельта; $Ga = \frac{g\rho_{ж}^2 H^3}{\mu_{ж}^2}$ – число Галилея;

$Pr = \frac{\mu_{ж} c_{pж}}{\lambda_{ж}}$ – число Прандтля; $K = \frac{r}{c_{pж}(t_s - t_{ст})}$ – число фазового перехода.

Если в качестве величины, характеризующей интенсивность теплообмена, выбрать критерий Рейнольдса в виде (4.12), то соответствующая формуле Нуссельта критериальная зависимость может быть представлена и таким выражением:

$$Re_H = 0,943 Z^{3/4}, \quad (4.14)$$

где $Z = Ga^{1/3} \frac{\lambda_{ж}(t_s - t_{ст})}{r\mu_{ж}}$.

Приводя формулу (4.9) к безразмерной форме и полагая, что $\varepsilon_r^{1,04} \approx \varepsilon_r$, будем иметь

$$Re_H = 0,95 Z^{0,78} \varepsilon_r, \quad (4.15)$$

при этом поправка $\varepsilon_v = Re_H^{0,04}$ входит в уравнение (4.15) в неявном виде. Результаты расчета по этому уравнению достаточно хорошо согласуются с экспериментальными данными, полученными для волнового течения конденсатной пленки вдоль вертикальной поверхности.

Представленные выше формулы для расчета коэффициента теплоотдачи при конденсации пара на вертикальной плоской стенке справедливы и для вертикального цилиндра, в последнем случае в качестве определяющего размера в расчетных соотношениях используется высота цилиндра H .

При течении конденсатной пленки по наклонной стенке в уравнение движения (4.2) вместо g должна войти величина $g \sin \psi$, где ψ – угол наклона стенки по отношению к горизонту. Тогда формула для расчета коэффициента теплоотдачи примет вид:

$$\alpha_{\psi} = \alpha_{\text{верт}} \sqrt[4]{\sin \psi}, \quad (4.16)$$

где $\alpha_{\text{верт}}$ – коэффициент теплоотдачи для вертикальной стенки.

Расчетная формула для определения среднего коэффициента теплоотдачи при конденсации пара на наружной поверхности горизонтальной трубы, полученная Нуссельтом, имеет вид, аналогичный уравнению (4.8):

$$\overline{\alpha} = 0,728 \sqrt[4]{\frac{\lambda_{ж}^3 r \rho_{ж}^2 g}{\mu_{ж}(t_s - t_{ст})D}}, \quad (4.17)$$

здесь D – наружный диаметр трубы. На горизонтальных трубах вследствие малой протяженности пленки конденсата волновой режим течения обычно не наблюдается, поэтому поправка ε_v (формула (4.11)) в расчетное уравнение не вводится.

4.2.2. Турбулентный режим течения пленки

В случае конденсации пара на вертикальных поверхностях большой высоты расход конденсата в стекающей пленке при значительных температурных напорах может возрасти настолько, что в ней возникает турбулентный режим течения. Интенсивность турбулентного перемешивания жидкости в пленке возрастает с увеличением в ней расхода конденсата, приводя к росту коэффициента теплоотдачи. Расчет среднего коэффициента теплоотдачи для вертикальной стенки высотой H при турбулентном течении в пленке конденсата должен проводиться с учетом наличия в верхней части поверхности теплообмена участка с ламинарным режимом движения жидкости. Для этих условий получено следующее уравнение:

$$Re_H = [89 + 0,024 Pr^{0,5} (Z - 2300) (Pr/Pr_{ст})^{0,25}]^{4/3}, \quad (4.18)$$

где число $Pr_{ст}$ конденсата выбирается при температуре стенки, остальные его свойства – при температуре насыщения. Соотношение (4.18) применимо при $Z > 2300$.

4.3. Влияние некоторых факторов на коэффициент теплоотдачи при конденсации

Влияние перегрева и влажности пара. При конденсации перегретого пара теплоотдача несколько выше, чем при конденсации насыщенного пара. Чтобы приближенно учесть теплоту перегрева, можно в формулах для сухого насыщенного пара вместо r использовать величину $r + c_{pn}(t_n - t_s)$, где c_{pn} – удельная теплоемкость и t_n – температура перегретого пара. В случае конденсации влажного пара в расчетных формулах вместо r следует использовать величину χr , где χ – степень сухости пара.

Влияние состояния поверхности теплообмена. При стекании конденсата по шероховатой поверхности образуется более толстая конденсатная пленка, чем на гладкой поверхности, при этом коэффициент теплоотдачи снижается. Если поверхность покрыта слоем оксида, то необходимо учитывать дополнительное термическое сопротивление оксидной пленки на поверхности.

Влияние содержания в паре неконденсирующихся газов. Когда в паре присутствует примесь воздуха или других неконденсирующихся газов, коэффициент теплоотдачи при конденсации значительно снижается. Особенно сильно это заметно, если конвекция отсутствует. Газообразные примеси скапливаются около поверхности конденсации и препятствуют проникновению к ней молекул пара. Например, если в паре содержится всего 1 % воздуха, коэффициент теплоотдачи может снизиться на 60 %. При работе промышленных конденсаторов воздух непрерывно отсасывается, хотя конденсирующийся в них пар хорошо перемешивается и поэтому наличие воздуха сказывается меньше.

Влияние скорости и направления течения пара. При достаточно высоких скоростях движущийся пар оказывает динамическое воздействие на конденсатную пленку. Если пар движется в том же направлении, что и пленка, то толщина последней уменьшается, это приводит к увеличению коэффициента теплоотдачи. Наоборот, когда движение пара направлено вверх, а конденсат стекает вниз, толщина конденсатной пленки увеличивается, что ведет к снижению коэффициента теплоотдачи. Однако этот эффект наблюдается только до тех пор, пока

динамическое воздействие пара не превысит силу тяжести. После этого пленка увлекается паром и частично срывается с поверхности теплообмена, тогда с увеличением скорости пара коэффициент теплоотдачи возрастает.

Влияние компоновки поверхности теплообмена. При проектировании конденсационных устройств необходимо уделять особое внимание правильной компоновке поверхностей теплообмена. Когда пар конденсируется на горизонтальных трубах, теплоотдача всегда выше, чем на вертикальных. Однако в случае пучков горизонтальных труб это справедливо только для верхнего ряда пучка. В многорядных пучках конденсат стекает с верхних рядов труб на трубы, расположенные внизу. Это может привести к уменьшению коэффициента теплоотдачи нижних рядов труб в пучке вследствие того, что пленка конденсата здесь получается более толстой. Однако стекающие вниз капли или струйки жидкости могут вносить дополнительные возмущения и даже вызывать турбулизацию пленки конденсата, образующегося на нижних трубах. В настоящее время разработано много разных способов, позволяющих существенно повысить теплоотдачу в конденсаторах пара (использование поверхностей теплообмена со специальным профилем, устройств для отвода конденсата, подача пара в конденсатор в виде тонких струек, движущихся с большой скоростью, и др.).

5. ТЕПЛООБМЕН ИЗЛУЧЕНИЕМ

Наряду с теплопроводностью и конвекцией передача тепла излучением – один из основных способов переноса теплоты. Если первые два механизма переноса тепла могут осуществляться лишь в материальной среде, то теплообмен излучением может происходить даже в абсолютном вакууме. При лучистом теплообмене в системе тел энергия переносится от одного тела к другому в виде электромагнитных волн, которые распространяются со скоростью света. Энергия излучения нагретого тела, попадая на другие тела, частично поглощается ими, частично отражается и частично проходит сквозь эти тела. Поглощенная лучистая энергия снова превращается в тепловую, а отраженная и прошедшая сквозь тела энергия попадает на другие (окружающие) тела и ими поглощается, отражается или пропускается. Таким образом, после ряда превращений излучаемая энергия полностью распределяется между окружающими телами. В результате этих явлений, связанных с двойным взаимным превращением энергии (тепловая – лучистая – тепловая), и осуществляется процесс лучистого теплообмена.

Суммарная энергия, излучаемая телом в единицу времени, называется потоком излучения Q , Вт. Лучистый поток, испускаемый с единицы поверхности тела по всем направлениям полусферического пространства, или плотность потока излучения называется излучательной способностью E , Вт/м². Таким образом, $E = dQ/dF$.

Излучение может быть интегральным или монохроматическим (спектральным). В первом случае поток излучения содержит лучи различных длин волн, во втором – длина волн λ излучения изменяется лишь в узком интервале $d\lambda$. Поэтому наряду с интегральной излучательной способностью тела E вводится понятие его монохроматической, или спектральной излучательной способности E_λ . Величина E_λ представляет собой излучательную способность тела для длин волн от λ до $\lambda + d\lambda$, отнесенную к рассматриваемому интервалу длин волн, т.е. $E_\lambda = dE/d\lambda$, Вт/м³.

5.1. Радиационные свойства поверхностей и законы теплового излучения

5.1.1. Интегральные радиационные свойства. Законы Стефана – Больцмана, Планка, Вина, Кирхгофа

Различные тела по-разному взаимодействуют с падающим на них излучением и неодинаково излучают. Для количественной характеристики того, как данное тело поглощает, отражает и пропускает лучистую энергию вводятся понятия поглощательной A , отражательной R и пропускательной D способностей тела. Каждая из этих способностей соответственно определяет ту часть потока падающего излучения, которая поглощается, отражается и пропускается телом. Следовательно, на основании энергетического баланса можно записать

$$A + R + D = 1. \quad (5.1)$$

Тело, которое полностью поглощает падающую лучистую энергию ($A = 1$, $R = D = 0$), называется абсолютно черным. Если падающая лучистая энергия полностью отражается от поверхности тела ($R = 1$, $A = D = 0$) и отражение правильное*, то такая поверхность называется зеркальной, если же отражение диффузное**, – абсолютно белой. Наконец, тело считается абсолютно прозрачным, если вся падающая энергия излучения полностью проходит сквозь тело; в этом случае $D = 1$, $A = R = 0$. Абсолютно черных, абсолютно белых и абсолютно прозрачных тел в природе нет, для всех реальных тел значение каждой из рассмотренных выше радиационных характеристик заключено между нулем и единицей.

Для тепловых лучей ($\lambda = 10^{-7} \div 10^{-4}$ м) твердые тела и некоторые жидкости (например, вода, спирты) практически непрозрачны, т.е. $D = 0$; в этом случае вместо (5.1) имеем

* Правильным называется такое отражение, которое следует законам геометрической оптики.

** При диффузном отражении от поверхности интенсивность отраженного излучения для всех углов отражения одинакова.

$$A + R = 1. \quad (5.2)$$

Закон Стефана – Больцмана. Абсолютно черное тело является идеальным излучателем. При заданной температуре с каждой единицы его поверхности в единицу времени испускается максимальное количество лучистой энергии, которое по закону Стефана – Больцмана выражается как

$$E_0(T) = \sigma_0 T^4, \quad (5.3)$$

где $\sigma_0 = 5,668 \cdot 10^{-8} \text{ Вт}/(\text{м}^2 \cdot \text{К}^4)$ – константа излучения абсолютно черного тела*.

Реальные тела излучают тепло менее интенсивно, чем абсолютно черные. Если на тело не падают никакие лучи, то с его поверхности отводится так называемый собственный лучистый поток энергии, который полностью определяется температурой и физическими свойствами тела. Отношение плотности потока энергии собственного излучения тела $E(T)$ к плотности потока энергии излучения абсолютно черного тела при той же температуре $E_0(T)$ дает еще одну важную радиационную характеристику реальных тел, которая называется их относительной излучательной способностью, или степенью черноты ϵ :

$$\epsilon = \frac{E(T)}{E_0(T)} = \frac{E(T)}{\sigma_0 T^4}. \quad (5.4)$$

Значения ϵ так же, как A , R и D могут изменяться в пределах от 0 до 1. Для ряда технически важных материалов их радиационные характеристики можно найти в [6, 18, 19].

При известном значении ϵ на основании уравнения (5.4) легко рассчитать плотность потока собственного излучения реального тела при заданной температуре:

* Все величины, относящиеся к абсолютно черному телу, принято записывать с индексом "0".

$$E(T) = \epsilon \sigma_0 T^4. \quad (5.5)$$

Закон Планка. Закон Стефана – Больцмана (5.3) сформулирован для интегрального излучения, содержащего лучи всех длин волн λ от 0 до ∞ . Распределение энергии излучения абсолютно черного тела по длинам волн при различных температурах устанавливается законом Планка. Согласно этому закону плотность потока монохроматического излучения (спектральная излучательная способность) абсолютно черного тела

$$E_{0\lambda} = \frac{dE_0}{d\lambda} = \frac{C_1 \lambda^{-5}}{\exp\left(\frac{C_2}{\lambda T}\right) - 1}, \quad (5.6)$$

где $C_1 = 3,7418 \cdot 10^{-16} \text{ Вт} \cdot \text{м}^2$ и $C_2 = 1,4388 \cdot 10^{-2} \text{ м} \cdot \text{К}$ – постоянные (рис. 5.1).

Очевидно, что плотность потока интегрального излучения для абсолютно черного тела может быть получена интегрированием распределения Планка (5.6) по всем длинам волн:

$$E_0 = \int_0^{\infty} E_{0\lambda} d\lambda = \int_0^{\infty} \frac{C_1 \lambda^{-5}}{e^{\frac{C_2}{\lambda T}} - 1} d\lambda,$$

откуда получим выражение $\sigma_0 = \frac{C_1}{15} \left(\frac{\pi}{C_2}\right)^4$.

Закон Вина. Каждая из кривых, изображенных на рис. 5.1, имеет максимум при определенной длине волны излучения, значение которой $\lambda_{\text{макс}}$ устанавливается законом смещения Вина:

$$\lambda_{\text{макс}} T = 2,898 \cdot 10^{-3} \text{ м} \cdot \text{К}. \quad (5.7)$$

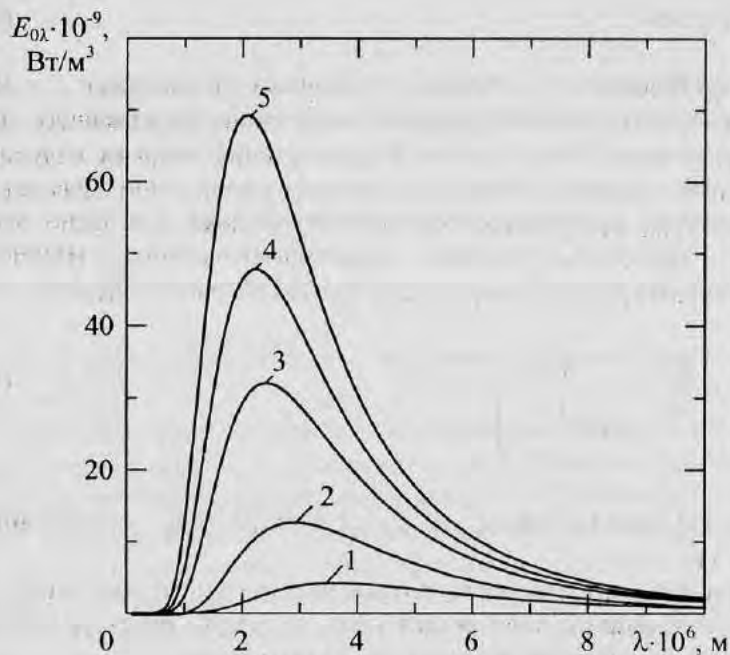


Рис. 5.1. Плотность потока монохроматического излучения абсолютно черного тела; T , К: 1 – 800; 2 – 1000; 3 – 1200; 4 – 1300; 5 – 1400

Закон Кирхгофа. Между излучательной и поглощательной способностями тела имеется определенная связь, которая устанавливается на основании закона Кирхгофа. Согласно этому закону в условиях термодинамического (теплового) равновесия, когда все тела в рассматриваемой системе находятся при одной и той же температуре T , отношение излучательной способности к поглощательной способности для всех тел одинаково и равно излучательной способности абсолютно черного тела при этой же температуре:

$$E_1/A_1 = E_2/A_2 = E_3/A_3 = \dots = E_n/A_n = E_0(T). \quad (5.8)$$

Так как для каждого тела $E/E_0 = \epsilon$, то из (5.8) следует, что в равновесных условиях поглощательная способность тела численно равна степени его черноты $A = \epsilon$.

Из закона Кирхгофа также вытекает, что излучательная способность тел тем больше, чем больше их поглощательная способность. Таким образом, тела, которые хорошо отражают лучистую энергию и мало ее поглощают, сами излучают также мало (в частности, излучательная способность абсолютно белого тела равна нулю).

5.1.2. Монохроматические и направленные свойства.

Закон Ламберта

По сравнению с рассмотренными выше интегральными радиационными свойствами поверхностей A , R , D и ϵ более детально характеризуют взаимодействие тел с тепловым излучением монохроматические (или спектральные) и так называемые направленные свойства. Монохроматические характеристики учитывают зависимость радиационных свойств поверхностей от длины волны излучения λ , а направленные – от углов, под которыми излучение падает на поверхность или испускается ею. Если известны монохроматические и направленные свойства, то интегральные радиационные характеристики поверхности могут быть получены осреднением этих свойств по всему спектру и направлениям излучения.

Например, монохроматическая поглощательная способность A_λ представляет собой отношение поглощенного потока излучения с определенной длиной волны λ к падающему потоку излучения Q_λ с той же длиной волны. Монохроматическая и интегральная поглощательные способности связаны между собой следующим соотношением:

$$A = \frac{\int_0^\infty A_\lambda Q_\lambda d\lambda}{\int_0^\infty Q_\lambda d\lambda}. \quad (5.9)$$

Аналогично определяются мономатрические отражательная R_λ и пропускательная D_λ способности.

Для мономатрического излучения уравнение (5.1), выражающее баланс энергии, остается справедливым и в данном случае имеет вид:

$$A_\lambda + R_\lambda + D_\lambda = 1. \quad (5.10)$$

По определению мономатрическая, или спектральная степень черноты $\epsilon_\lambda = E_\lambda/E_{0\lambda}$, а связь между этой величиной и интегральной степенью черноты устанавливается из соотношения

$$\epsilon = \frac{\int_0^\infty \epsilon_\lambda E_{0\lambda} d\lambda}{\int_0^\infty E_{0\lambda} d\lambda} = \frac{1}{\sigma_0 T^4} \int_0^\infty \epsilon_\lambda E_{0\lambda} d\lambda. \quad (5.11)$$

Из сравнения выражений (5.9) и (5.11) видна существенная разница между интегральной поглощательной способностью и степенью черноты. Поглощательная способность данной поверхности зависит от свойств окружающих поверхностей, которые дают вклад в падающее излучение, в то время как степень черноты этой же поверхности от свойств других поверхностей не зависит. Степень черноты всякой поверхности определяется только свойствами собственного материала, ее состоянием и температурой.

Рассмотренный выше закон Кирхгофа может быть применен и к мономатрическим свойствам. В данном случае его математическая формулировка аналогична (5.8):

$$E_{1\lambda}/A_{1\lambda} = E_{2\lambda}/A_{2\lambda} = E_{3\lambda}/A_{3\lambda} = \dots = E_{n\lambda}/A_{n\lambda} = E_{0\lambda}(T). \quad (5.12)$$

Вытекающее из этого закона равенство $A_\lambda = \epsilon_\lambda$ приближенно правомерно и при отсутствии термодинамического равновесия между телом и окружающей средой.

При проведении расчетов лучистого теплообмена важную роль играет понятие серого тела. Мономатрические свойства поверхности серого тела постоянны для всех длин волн излучения. На основании (5.9) из этого в частности следует, что интегральная и мономатрическая поглощательные способности серой поверхности равны друг другу $A = A_\lambda$. Подобный же вывод, исходя из выражения (5.11), можно сделать и в отношении степени черноты, а именно для серой поверхности $\epsilon = \epsilon_\lambda$. Таким образом, применяя к серому телу закон Кирхгофа в форме (5.12), приходим к заключению, что для серой поверхности $A = \epsilon$, даже если тело не находится в тепловом равновесии с окружающей средой.

При описании направленных радиационных характеристик поверхностей вводится понятие интенсивности излучения I по заданному направлению (рис. 5.2). Эта величина определяется как количество лучистой энергии, испускаемой в выбранном направлении единичной площадкой, расположенной перпендикулярно к направлению излучения, в единице телесного угла в единицу времени. В соответствии с этим определением и согласно рис. 5.2

$$I(\theta, \psi) = \frac{d^2 Q}{dF \cos \theta d\omega}. \quad (5.13)$$

Единица интенсивности излучения – Вт/(м²·ср).

Если известно распределение интенсивности излучения по различным направлениям, то интегрированием уравнения (5.13) по полусфере можно найти плотность лучистого потока E , покидающего плоскую поверхность:

$$E = \frac{dQ}{dF} = \int_{\text{полусф}} I(\theta, \psi) \cos \theta d\omega, \quad (5.14)$$

или, учитывая, что $d\omega = \sin \theta d\theta d\psi$, получим

$$E = \int_0^{2\pi} d\psi \int_0^{\pi/2} I(\theta, \psi) \sin\theta \cos\theta d\theta. \quad (5.15)$$

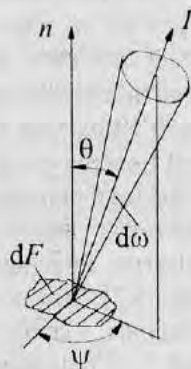


Рис. 5.2. Интенсивность излучения

Когда интенсивность лучеиспускания по всем направлениям одинакова ($I = \text{const}$), такое излучение называется диффузным. По известной величине I легко найти плотность лучистого потока E на поверхности диффузного излучателя, вычислив значения интегралов в формуле (5.15):

$$E = I \int_0^{2\pi} d\psi \int_0^{\pi/2} \sin\theta \cos\theta d\theta = \pi I. \quad (5.16)$$

К поверхностям, которые излучают с постоянной интенсивностью по всем направлениям, в полной мере относится поверхность абсолютно черного тела, следовательно, для нее интенсивность излучения I_0 в π раз меньше плотности потока излучения E_0 .

Закон Ламберта. Для абсолютно черного тела выполняется закон Ламберта, согласно которому количество лучистой энергии, испускаемой в любом направлении единичной площадкой поверхности в единицу времени в единице телесного угла,

изменяется пропорционально косинусу угла между направлением излучения и нормалью к этой площадке*.

Для реальных поверхностей закон Ламберта в большинстве случаев строго не выполняется, поскольку интенсивность лучеиспускания меняется с направлением излучения в некоторых пределах. Чтобы учесть это, направленная излучательная способность $\varepsilon(\theta, \psi)$ таких поверхностей вводится как отношение интенсивности лучеиспускания в направлении, определяемом углами θ и ψ , к интенсивности излучения абсолютно черного тела в том же самом направлении:

$$\varepsilon(\theta, \psi) = I(\theta, \psi)/I_0. \quad (5.17)$$

Связь между направленной и интегральной излучательными способностями можно найти, подставляя в формулу (5.4) выражения (5.15) и (5.16) (в последнем из них используются свойства абсолютно черного тела):

$$\varepsilon = \frac{\int_0^{2\pi} d\psi \int_0^{\pi/2} I(\theta, \psi) \sin\theta \cos\theta d\theta}{\pi I_0}. \quad (5.18)$$

Далее, заменяя отношение $I(\theta, \psi)/I_0$ на $\varepsilon(\theta, \psi)$, окончательно получим

$$\varepsilon = \frac{1}{\pi} \int_0^{2\pi} d\psi \int_0^{\pi/2} \varepsilon(\theta, \psi) \sin\theta \cos\theta d\theta. \quad (5.19)$$

Если направленная излучательная способность не зависит от угла ψ , то

* Очевидно, что при условии $I = \text{const}$ в качестве математической формулировки закона Ламберта может рассматриваться уравнение (5.13), поэтому диффузные поверхности иногда называют поверхностями, подчиняющимися этому закону.

$$\epsilon = 2 \int_0^{\pi/2} \epsilon(\theta) \sin\theta \cos\theta d\theta. \quad (5.20)$$

Подобным же образом с использованием интенсивностей излучения, а также углов падения, отражения и преломления тепловых лучей определяются и другие направленные радиационные свойства поверхностей (поглощательная, отражательная и пропускающая способности).

5.2. Расчет лучистого теплообмена в системе тел

Расчет лучистого теплообмена между телами, даже когда известны спектральные и направленные свойства поверхностей, весьма сложен. Сложность задачи, а чаще полное отсутствие сведений о детальных радиационных свойствах тел, участвующих в теплообмене, заставляют искать упрощенный подход к анализу процесса.

Одно из допущений, которое обычно принимается, – это модель серого тела. Поведение реальных поверхностей только приближенно соответствует поведению серого тела. Тем не менее в инженерной практике расчеты излучения часто выполняются с использованием свойств серого тела, что обычно приводит к вполне удовлетворительным результатам.

Другое допущение, существенно упрощающее расчеты радиационного обмена энергией между телами, – предположение о диффузности поверхностей. Как уже отмечалось, важное свойство диффузных поверхностей состоит в том, что интенсивность излучения от них по всем направлениям одинакова.

В таком приближении для решения задачи необходимо знать только интегральные характеристики теплового излучения поверхностей системы. Кроме того, необходимая информация должна содержать сведения о геометрической форме и размерах тел, участвующих в теплообмене, а также об их расположении в пространстве относительно друг друга.

5.2.1. Уравнения лучистого теплообмена между телами

Рассмотрим уравнения, описывающие стационарный теплообмен излучением между телами при следующих допущениях:

все рассматриваемые тела являются непрозрачными;
тела разделены прозрачной средой, которая не испускает, не поглощает и не рассеивает излучение, проходящее между телами (радиационно-нейтральная, или диатермическая, среда);

все участвующие в радиационном теплообмене поверхности тел являются серыми, диффузными и изотермическими.

При расчете переноса энергии излучением в системе, состоящей из n обменивающихся теплом поверхностей, обычно рассматривают следующие виды радиационных потоков для каждой i -й поверхности системы:

1) поток собственного излучения, определяемый для данной поверхности ее излучательной способностью в соответствии с формулой (5.5):

$$Q_{\text{соб}i} = E_i F_i = \epsilon_i \sigma_0 T_i^4 F_i, \quad (5.21)$$

где F_i – площадь излучающей поверхности, а ϵ_i – степень ее черноты;

2) поток эффективного излучения, равный сумме собственного и отраженного потоков:

$$Q_{\text{эф}i} = Q_{\text{соб}i} + Q_{\text{отр}i}; \quad (5.22)$$

3) поглощенный $Q_{\text{погл}i}$ и отраженный $Q_{\text{отр}i}$ потоки, которые связаны с падающим на данную поверхность лучистым потоком $Q_{\text{пад}i}$ соотношениями:

$$Q_{\text{погл}i} = A_i Q_{\text{пад}i}, \quad (5.23)$$

$$Q_{\text{отр}i} = (1 - A_i) Q_{\text{пад}i}; \quad (5.24)$$

4) поток падающего излучения, который может быть выражен через эффективные лучистые потоки от участвующих в теплообмене поверхностей и соответствующие угловые коэффициенты излучения φ_{ji} :

$$Q_{\text{пад}i} = \sum_{j=1}^n \varphi_{ji} Q_{\text{эф}j}; \quad (5.25)$$

5) результирующий поток $Q_{\text{рез}i}$, получаемый поверхностью в результате лучистого теплообмена в системе тел и равный разности поглощенного и собственного потоков или разности падающего и эффективного потоков излучения:

$$Q_{\text{рез}i} = Q_{\text{погл}i} - Q_{\text{соб}i} = Q_{\text{пад}i} - Q_{\text{эф}i}^{**}; \quad (5.26)$$

На основе соотношений (5.22), (5.24) и (5.25) можно составить систему n линейных алгебраических уравнений относительно эффективных потоков излучения:

$$Q_{\text{эф}i} = Q_{\text{соб}i} + (1 - A_i) \sum_{j=1}^n \varphi_{ji} Q_{\text{эф}j}, \quad i = 1, 2, 3, \dots, n, \quad (5.27)$$

из решения которой можно найти эффективные лучистые потоки для всех n поверхностей рассматриваемой системы тел, если предварительно рассчитать угловые коэффициенты излучения и использовать заданные значения температур, степени черноты и площади поверхностей, участвующих в радиационном обмене

* Угловые коэффициенты излучения — геометрические характеристики пространственного расположения тел, участвующих в теплообмене. Угловой коэффициент φ_{ij} определяет ту часть энергии эффективного излучения поверхности i , которая попадает на поверхность j : $\varphi_{ij} = Q_{\text{эф}i \rightarrow j} / Q_{\text{эф}i}$, и наоборот: $\varphi_{ji} = Q_{\text{эф}j \rightarrow i} / Q_{\text{эф}j}$. Более подробные сведения об угловых коэффициентах приводятся ниже (п. 5.2.4).

** Согласно данному здесь определению результирующего излучения, если величина $Q_{\text{рез}} > 0$, это значит, что в итоге лучистого теплообмена тело получает энергию.

энергией. Затем можно вычислить все другие потоки излучения, в частности результирующие лучистые потоки, которые в конечном итоге и определяют радиационный перенос энергии между нагретыми телами. Так как в рассматриваемом приближении все тела считаются серыми, то согласно закону Кирхгофа поглощательная способность A в уравнениях (5.23), (5.24) и (5.27) может быть заменена на степень черноты ϵ .

5.2.2. Теплообмен между двумя плоскими параллельными поверхностями

Рассмотрим две плоские параллельные друг другу поверхности неограниченных размеров 1 и 2, температура, излучательная и поглощательная способности которых соответственно равны T_1, E_1, A_1, T_2, E_2 и A_2 (рис. 5.3). Пусть для определенности $T_1 > T_2$, тогда в итоге лучистого теплообмена тепло передается от первой поверхности ко второй. Так как все эффективное излучение поверхности 1 попадает на поверхность 2, а эффективное излучение поверхности 2 также целиком попадает на поверхность 1, то угловые коэффициенты излучения $\varphi_{12} = \varphi_{21} = 1$. В таком случае согласно уравнению (5.25) плотность лучистого потока, падающего на поверхность 2, равна плотности эффективного излучения поверхности 1

$$q_{\text{пад}2} = E_{\text{эф}1},$$

а плотность теплового потока, получаемая поверхностью 2 в результате лучистого теплообмена с поверхностью 1, в соответствии с уравнением (5.26)

$$q_{\text{рез}2} = q_{\text{пад}2} - E_{\text{эф}2} = E_{\text{эф}1} - E_{\text{эф}2}$$

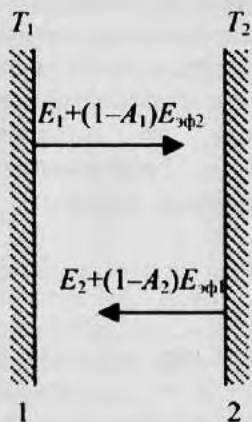


Рис. 5.3. К расчету лучистого теплообмена между плоскими параллельными поверхностями ($T_1 > T_2$)

Система (5.27) для определения эффективных лучистых потоков в рассматриваемой задаче состоит из двух уравнений:

$$E_{эф1} = E_1 + (1 - A_1) E_{эф2},$$

$$E_{эф2} = E_2 + (1 - A_2) E_{эф1}.$$

Решив эту систему, найдем $E_{эф1}$ и $E_{эф2}$:

$$E_{эф1} = \frac{E_1 + E_2 - A_1 E_2}{A_1 + A_2 - A_1 A_2}; \quad E_{эф2} = \frac{E_1 + E_2 - A_2 E_1}{A_1 + A_2 - A_1 A_2},$$

а затем $q_{рез2}$ —

$$q_{рез2} = \frac{A_2 E_1 - A_1 E_2}{A_1 + A_2 - A_1 A_2}.$$

На основании найденного соотношения для результирующего лучистого потока, а также равенств $A_1 = \epsilon_1$, $A_2 = \epsilon_2$ для серых тел после подстановки вместо E_1 и E_2 их выражений (формула (5.5)) получим в окончательном виде уравнение для расчета плотности теплового потока, передаваемого излучением от поверхности 1 к поверхности 2:

$$q_{1 \rightarrow 2} = q_{рез2} = \epsilon_{пр} \sigma_0 (T_1^4 - T_2^4), \quad (5.28)$$

где $\epsilon_{пр} = \frac{1}{\frac{1}{\epsilon_1} + \frac{1}{\epsilon_2} - 1}$ — приведенная степень черноты рассматриваемой системы.

5.2.3. Влияние экранов на теплообмен излучением

Рассмотрим систему, состоящую из двух плоских параллельных поверхностей и расположенного между ними тонкостенного экрана (рис. 5.4). Пусть температуры поверхностей равны T_1 и T_2 ($T_1 > T_2$), а степени черноты экрана и поверхностей одинаковы и равны ϵ .

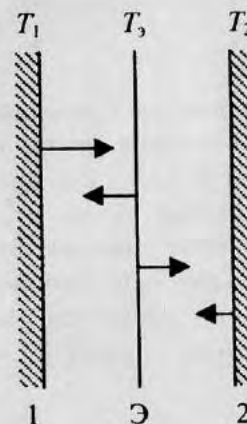


Рис. 5.4. Схема лучистого теплообмена между плоскими параллельными поверхностями при наличии экрана

Потоки лучистой энергии, передаваемые от первой поверхности к экрану и от экрана ко второй поверхности, могут быть определены по уравнению (5.28), таким образом:

$$q_{1 \rightarrow 3} = \varepsilon_{\text{пр}} \sigma_0 (T_1^4 - T_3^4);$$

$$q_{3 \rightarrow 2} = \varepsilon_{\text{пр}} \sigma_0 (T_3^4 - T_2^4),$$

где $\varepsilon_{\text{пр}} = 1/(2/\varepsilon - 1)$.

В стационарном процессе эти потоки должны быть одинаковыми $q_{1 \rightarrow 3} = q_{3 \rightarrow 2} = q_3$. Исходя из этого, имеем соотношение для определения неизвестной температуры экрана, из которого следует

$$T_3^4 = \frac{T_1^4 + T_2^4}{2}.$$

Используя найденное выражение для T_3 , получим формулу для определения потока тепла излучением в системе с экраном:

$$q_3 = 0,5 \varepsilon_{\text{пр}} \sigma_0 (T_1^4 - T_2^4).$$

Сравнивая полученное выражение с формулой (5.28), приходим к выводу, что при наличии в системе одного экрана лучистый поток уменьшается в два раза.

Подобный анализ передачи тепла в системах с экранами показывает, что тепловой поток уменьшается в 3 раза при наличии двух экранов и в $(n+1)$ раз при наличии n экранов. Можно показать, что если степени черноты поверхностей ε и экранов ε_s различаются, то отношение лучистых потоков q_3 и $q_{1 \rightarrow 2}$ определяется выражением

$$\frac{q_3}{q_{1 \rightarrow 2}} = \frac{1}{1 + n \frac{2 - \varepsilon_s}{2 - \varepsilon} \frac{\varepsilon}{\varepsilon_s}}. \quad (5.29)$$

Для снижения теплообмена излучением выгодно использовать экраны с малой степенью черноты. Например, установка лишь одного экрана со степенью черноты $\varepsilon_s = 0,1$ между поверхностями со степенью черноты $\varepsilon = 0,8$ приводит к уменьшению теплового потока примерно в 14 раз.

5.2.4. Теплообмен между поверхностями, произвольно расположенными в пространстве

Чтобы рассчитать лучистый теплообмен между двумя поверхностями, необходимо знать так называемый угловой коэффициент излучения, который определяет долю полной энергии, излучаемой одной поверхностью в полупространство и попадающей непосредственно на вторую поверхность. Если излучающая поверхность 1 и принимающая 2 представляют собой элементарные площадки dF_1 и dF_2 , произвольно расположенные в пространстве (рис. 5.5), то поток энергии излучения на единицу площади dF_1 , который исходит от dF_1 и достигает dF_2 , согласно уравнению (5.13) равен

$$dq_{12} = I_1 \cos \theta_1 d\omega_{12}, \quad (5.30)$$

где $d\omega_{12}$ — телесный угол, под которым из точки 1 виден элемент dF_2 , т.е.

$$d\omega_{12} = \frac{dF_2 \cos \theta_2}{r^2}.$$

Следовательно,

$$dq_{12} = \frac{I_1 \cos \theta_1 \cos \theta_2 dF_2}{r^2}. \quad (5.31)$$

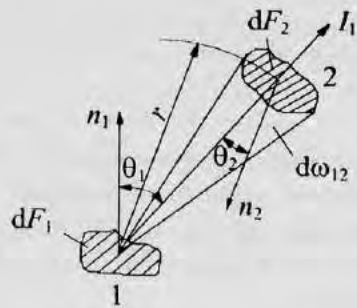


Рис. 5.5. К расчету лучистого теплообмена между двумя нагретыми поверхностями

Если излучающая площадка диффузная, то интенсивность излучения, исходящего от dF_1 , не зависит от направления. Полный поток энергии, испускаемой этой площадкой в полупространство, достигает полусферы, расположенной над ней. Плотность этого потока определяется формулой (5.16):

$$q_1 \text{ полусф} = \pi I_1. \quad (5.32)$$

Отношение выражений (5.31) и (5.32) дает угловой коэффициент излучения между двумя элементарными площадками dF_1 и dF_2 :

$$d\varphi_{12} = \frac{\cos\theta_1 \cos\theta_2 dF_2}{\pi r^2}. \quad (5.33)$$

Угловой коэффициент между диффузно излучающей F_1 и приемной F_2 площадками конечных размеров можно получить интегрированием уравнения (5.33) как по излучающей, так и по приемной площадкам. В результате для этого случая

$$\varphi_{12} = \frac{1}{F_1} \int_{F_1} dF_1 \int_{F_2} \frac{\cos\theta_1 \cos\theta_2 dF_2}{\pi r^2}. \quad (5.34)$$

Угловые коэффициенты являются чисто геометрическими параметрами, которые определяются размерами и формой поверхностей тел, их взаимным расположением и расстоянием между ними.

Если поверхность 2 излучающая, а поверхность 1 приемная, то в уравнении (5.34) достаточно поменять индексы местами, чтобы получить выражение для углового коэффициента φ_{21} . Отсюда следует, что

$$\varphi_{12} F_1 = \varphi_{21} F_2. \quad (5.35)$$

Соотношение (5.35) называется соотношением взаимности. Оно может быть применено к любым двум поверхностям i и j . Поэтому общая форма соотношения взаимности имеет вид:

$$\varphi_{ij} F_i = \varphi_{ji} F_j. \quad (5.36)$$

Если отдельные поверхности образуют замкнутую систему, то между угловыми коэффициентами излучения существует дополнительная связь. Поскольку в этом случае все излучение, исходящее от одной из поверхностей этой системы, должно непосредственно попасть на другие поверхности, а также (может быть частично) и на некоторые определенные участки излучающей поверхности, если она вогнутая и может "видеть" себя, то из уравнения баланса энергии для замкнутой системы, состоящей из n поверхностей, следует, что

$$\sum_{j=1}^n \varphi_{ij} = 1 \quad j = 1, 2, 3, \dots, n. \quad (5.37)$$

Последнее соотношение известно как соотношение замкнутости. Очевидно, что, если i -я поверхность выпуклая или плоская, то она не может "видеть" себя, и член φ_{ii} в сумме (5.37) равен нулю.

Соотношения взаимности и замкнутости позволяют существенно упростить задачу вычисления угловых коэффициентов и широко применяются в расчетах лучистого теплообмена.

Непосредственное использование выражения (5.34) для расчета угловых коэффициентов сложных систем в общем случае представляет значительные трудности. Из известных подходов, применяющихся на практике, можно упомянуть приближенные аналитические, графические и экспериментальные методы. Угловые коэффициенты геометрически подобных систем равны. Поэтому их значения могут быть определены на основе опытов с моделями. Для ряда случаев, встречающихся в инженерной практике, угловые коэффициенты вычислены и в той или иной форме приводятся в литературе [6, 18, 19].

В качестве примера на рис. 5.6 приведен график, показывающий изменение углового коэффициента излучения для двух параллельных соосных дисков одинакового диаметра в зависимости от обратной величины относительного расстояния между ними. Кривая, представленная на этом рисунке, описывается следующим выражением:

$$\varphi_{12} = \left[\sqrt{1 + \left(\frac{H}{d}\right)^2} - \frac{H}{d} \right]^2 \quad (5.38)$$

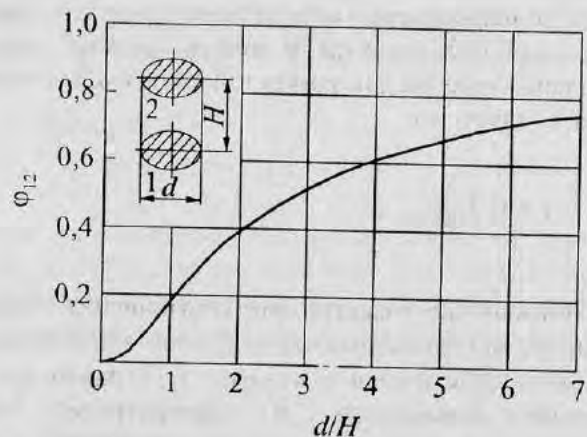


Рис. 5.6. Угловой коэффициент излучения между двумя параллельными соосными дисками одинакового диаметра

Если диаметры d_1 и d_2 дисков не одинаковы, то расчетная формула имеет более сложный вид, а именно

$$\varphi_{12} = \frac{1}{2} \left\{ 1 + \left(\frac{d_2}{d_1}\right)^2 + \left(\frac{2H}{d_1}\right)^2 - \sqrt{\left[1 + \left(\frac{d_2}{d_1}\right)^2 + \left(\frac{2H}{d_1}\right)^2 \right]^2 - 4 \left(\frac{d_2}{d_1}\right)^2} \right\} \quad (5.39)$$

Рассмотрим следующую задачу. Пусть требуется рассчитать лучистые тепловые потоки в системе, состоящей из двух серых тел (рис. 5.7). Тело 1, поверхность которого F_1 не имеет вогнутостей, помещено в замкнутую полость, образованную телом 2 с поверхностью F_2 . Примем, что температура, излучательная и поглощательная способности поверхностей тел 1 и 2 соответственно равны T_1, E_1, A_1, T_2, E_2 и A_2 . Предположим, что $T_1 > T_2$, тогда в результате лучистого теплообмена тело 2 получает энергию от тела 1.

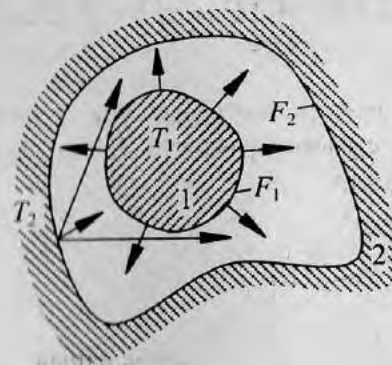


Рис. 5.7. Схема лучистого теплообмена в замкнутой системе двух серых тел

Падющее на тело 2 излучение определяется формулой (5.25), следовательно, $Q_{\text{пад}2} = \varphi_{12}Q_{\text{эф}1} + \varphi_{22}Q_{\text{эф}2}$, где $Q_{\text{эф}1}$, $Q_{\text{эф}2}$ — эффективные потоки, излучаемые телами 1 и 2; φ_{12} , φ_{22} — угловые коэффициенты излучения. Так как поверхность тела 1 выпуклая и не может “видеть” себя, то угловой коэффициент $\varphi_{11} = 0$. Тогда из соотношений взаимности (5.36) и замкнутости (5.37) следует, что $\varphi_{12} = 1,0$; $\varphi_{21} = F_1/F_2$ и $\varphi_{22} = 1 - F_1/F_2$. Таким образом, $Q_{\text{пад}2} = Q_{\text{эф}1} + (1 - F_1/F_2)Q_{\text{эф}2}$, а результирующий поток излучения $Q_{\text{рез}2}$, который определяет лучистый теплообмен между телами 1 и 2 $Q_{1 \rightarrow 2}$, согласно (5.26) равен

$$Q_{1 \rightarrow 2} = Q_{\text{рез}2} = Q_{\text{эф}1} - \frac{F_1}{F_2} Q_{\text{эф}2}. \quad (5.40)$$

Для эффективных потоков излучения на основании выражений (5.21), (5.27) будем иметь следующую систему уравнений:

$$Q_{\text{эф}1} = \varepsilon_1 \sigma_0 F_1 T_1^4 + (1 - A_1) \frac{F_1}{F_2} Q_{\text{эф}2}; \quad (5.41)$$

$$Q_{\text{эф}2} = \varepsilon_2 \sigma_0 F_2 T_2^4 + (1 - A_2) \left[Q_{\text{эф}1} + \left(1 - \frac{F_1}{F_2} \right) Q_{\text{эф}2} \right].$$

Определив из этой системы $Q_{\text{эф}1}$, $Q_{\text{эф}2}$ и подставив найденные значения в (5.40), с учетом равенств $A_1 = \varepsilon_1$, $A_2 = \varepsilon_2$ для серых тел окончательно получим

$$Q_{1 \rightarrow 2} = \varepsilon_{\text{пр}} \sigma_0 F_1 (T_1^4 - T_2^4), \quad (5.42)$$

где $\varepsilon_{\text{пр}} = \frac{1}{\frac{1}{\varepsilon_1} + \frac{F_1}{F_2} \left(\frac{1}{\varepsilon_2} - 1 \right)}$ — приведенная степень черноты

рассматриваемой системы тел.

Формула (5.42) применима для расчета теплообмена излучением в замкнутых системах, состоящих из двух изотермических поверхностей F_1 и F_2 произвольной формы лишь с тем ограничением, чтобы меньшая из них F_1 не была вогнутой. В частности, она может использоваться в расчетах лучистого теплообмена между двумя длинными цилиндрами, а также в ряде других случаев, например показанных на рис. 5.8, при этом в качестве расчетной всегда принимается меньшая поверхность.

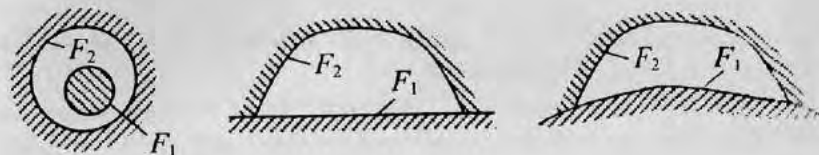


Рис. 5.8. Некоторые варианты систем с двумя серыми телами в замкнутом пространстве (к формуле (5.42))

Если $F_1 \ll F_2$ или $\varepsilon_2 = 1$, то формула (5.42) принимает вид:

$$Q_{1 \rightarrow 2} = \varepsilon_1 \sigma_0 F_1 (T_1^4 - T_2^4). \quad (5.43)$$

При $F_1 = F_2$ (тела с плоскопараллельными поверхностями) расчетная зависимость (5.42) полностью соответствует полученному ранее соотношению (5.28).

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Задачник по теплообмену в ЯЭУ: Учебное пособие / В.В. Архипов, В.И. Деев, А.С. Корсун, Ю.Е. Похвалов. – М.: МИФИ, 1992.
2. Лабораторный практикум по курсу "Теория теплообмена": Учебное пособие / В.И. Деев, А.С. Корсун, А.А. Одинцов, Ю.Е. Похвалов. – М.: МИФИ, 1993.
3. Решение задач теплопроводности на ЭВМ: Пособие к лабораторному практикуму по курсу "Основы теплопереноса" / В.И. Деев, К.В. Куценко, А.А. Лаврухин, А.П. Никулин. – М.: МИФИ, 1999.
4. Деев В.И., Меринов И.Г. Решение задач теплообмена на ЭВМ: Пособие к лабораторному практикуму по курсу "Теория теплопереноса". – М.: МИФИ, 2000.
5. Чиркин В.С. Теплофизические свойства материалов ядерной техники: Справочник. – М.: Атомиздат, 1968.
6. Тепло- и массообмен. Теплотехнический эксперимент: Справочник / Е.В. Аметистов, В.А. Григорьев, Б.Т. Емцев и др.; Под общ. ред. В.А. Григорьева и В.М. Зорина. – М.: Энергоиздат, 1982.
7. Кириллов П.Л., Юрьев Ю.С., Бобков В.П. Справочник по теплогидравлическим расчетам: (Ядерные реакторы, теплообменники, парогенераторы); Под общ. ред. П.Л. Кириллова. – 2-е изд., перераб. и доп. – М.: Энергоатомиздат, 1990.
8. Лыков А.В. Теория теплопроводности. – М.: Высшая школа, 1967.
9. Лойцянский Л.Г. Механика жидкости и газа. – 3-е изд., перераб. и доп. – М.: Наука, 1970.
10. Петухов Б.С. Теплообмен в движущейся однофазной среде. Ламинарный пограничный слой: Монография. – М.: МЭИ, 1993.
11. Петухов Б.С. Теплообмен и сопротивление при ламинарном течении жидкости в трубах. – М.: Энергия, 1967.
12. Толубинский В.И. Теплообмен при кипении. – Киев: Наукова думка, 1980.

13. Кутепов А.М., Стерман Л.С., Стюшин Н.Г. Гидродинамика и теплообмен при парообразовании: Учебное пособие для вузов. – 3-е изд., испр. – М.: Высшая школа, 1986.
14. Колльер Дж. Обзор работ по теплообмену к двухфазным системам: Пер. с англ. / Под ред. Л.С. Стермана. – М.: Изд-во иностранной литературы, 1962.
15. Рассохин Н.Г. Парогенераторные установки атомных электростанций: Учебник для вузов. – 2-е изд. – М.: Атомиздат, 1980.
16. Кириллов П.Л., Богословская Г.П. Тепломассообмен в ядерных энергетических установках: Учебник для вузов. – М.: Энергоатомиздат, 2000.
17. Теплообмен в ядерных энергетических установках: Учебное пособие для вузов. – 3-е изд., перераб. и доп. / Б.С. Петухов, Л.Г. Генин, С.А. Ковалев, С.Л. Соловьев. – М.: МЭИ, 2003.
18. Блох А.Г. Основы теплообмена излучением / Под ред. А.М. Гурвича. – М. – Л.: Госэнергоиздат, 1962.
19. Эдвардс Д.К. Теплообмен излучением // Справочник по теплообменникам: В 2 т. / Пер. с англ.; Под ред. Б.С. Петухова, В.К. Шикова. – М.: Энергоатомиздат, 1987. – Т. 1. – С. 451 – 518.

СОДЕРЖАНИЕ

Предисловие	3
Введение	5
1. ТЕПЛОПРОВОДНОСТЬ	7
1.1. Закон Био – Фурье	7
1.2. Дифференциальное уравнение теплопроводности	8
1.3. Условия однозначности для процессов теплопроводности	11
1.4. Процессы стационарной теплопроводности	13
1.4.1. Распределение температур и тепловой поток в плоской, цилиндрической и сферической стенках при отсутствии внутреннего тепловыделения	14
1.4.2. Передача тепла через плоскую стенку (граничные условия 3-го рода). Коэффициент теплопередачи. Термические сопротивления	19
1.4.3. Передача тепла через цилиндрическую, сферическую стенки (граничные условия 3-го рода). Критическая толщина тепловой изоляции	21
1.4.4. Распределение температур в пластинчатых, стержневых и шаровых тепловыделяющих элементах	22
1.4.5. Передача тепла через ребра	26
1.5. Нестационарные процессы теплопроводности	31
1.5.1. Теплопроводность в полуграниченном массиве	31
1.5.2. Теплопроводность неограниченной пластины, бесконечно длинного цилиндра, шара	35
1.5.3. Регулярные режимы нестационарной теплопроводности	39
1.5.4. Теплопередача тел при пренебрежимо малом внутреннем термическом сопротивлении	42
2. КОНВЕКТИВНЫЙ ТЕПЛООБМЕН В ОДНОФАЗНОЙ СРЕДЕ	45
2.1. Плотность теплового потока на поверхности теплообмена и коэффициент теплоотдачи	46
2.2. Основные уравнения конвективного теплообмена	48
2.3. Условия однозначности для процессов конвективного теплообмена	50
2.4. Соотношение аналитических и экспериментальных методов решения задач конвективного теплообмена	51
2.5. Основы теории подобия и метода анализа размерностей	51
2.5.1. Понятие физического подобия. Основные определения	51
2.5.2. Критерии подобия. Теоремы подобия	54
2.5.3. Метод анализа размерностей физических величин, π - теорема	55
2.6. Теплообмен при ламинарном течении жидкости вдоль пластины	58
2.7. Теплообмен при ламинарном течении жидкости в трубах	68
2.8. Турбулентный перенос в потоке жидкости	78
2.8.1. Основные закономерности турбулентного переноса количества движения и тепла	78
2.8.2. Гидродинамическая теория теплообмена (аналогия Рейнольдса)	82

2.9. Теплоотдача при турбулентном течении жидкости в каналах	86
2.9.1. Круглые трубы	87
2.9.2. Каналы некруглой формы	88
2.9.3. Пучки стержней (продольное обтекание)	89
2.9.4. Особенности теплообмена в жидких металлах	91
2.10. Теплообмен при поперечном обтекании труб	92
2.10.1. Одиночная труба	92
2.10.2. Пучки труб	96
2.11. Теплообмен при естественной конвекции	98
2.11.1. Естественная конвекция в свободном объеме	99
2.11.2. Естественная конвекция в ограниченном пространстве	109
3. ТЕПЛООБМЕН ПРИ КИПЕНИИ	111
3.1. Кипение в большом объеме	112
3.1.1. Кривая кипения	112
3.1.2. Теплоотдача при пузырьковом кипении	115
3.1.3. Первая критическая плотность теплового потока	119
3.2. Кипение в вынужденном потоке	124
3.2.1. Параметры двухфазных потоков	125
3.2.2. Режимы течения и структура двухфазных потоков	129
3.2.3. Теплоотдача при двухфазном течении в каналах	132
3.2.4. Кризис теплообмена при кипении в вынужденном потоке	139
4. ТЕПЛООБМЕН ПРИ КОНДЕНСАЦИИ	148
4.1. Виды и условия протекания процессов конденсации	148
4.2. Теплоотдача при пленочной конденсации неподвижного пара	150
4.2.1. Ламинарный режим течения пленки	150
4.2.2. Турбулентный режим течения пленки	157
4.3. Влияние некоторых факторов на коэффициент теплоотдачи при конденсации	158
5. ТЕПЛООБМЕН ИЗЛУЧЕНИЕМ	160
5.1. Радиационные свойства поверхностей и законы теплового излучения	161
5.1.1. Интегральные радиационные свойства. Законы Стефана – Больцмана, Планка, Вина, Кирхгофа	161
5.1.2. Монохроматические и направленные свойства. Закон Ламберта	165
5.2. Расчет лучистого теплообмена в системе тел	170
5.2.1. Уравнения лучистого теплообмена между телами	171
5.2.2. Теплообмен между двумя плоскими параллельными поверхностями	173
5.2.3. Влияние экранов на теплообмен излучением	175
5.2.4. Теплообмен между поверхностями, произвольно расположенными в пространстве	177
Список литературы	184