

Тема 1. Классификация и особенности математических моделей

Лекция 2. Моделирование сложных систем

1. Сложные системы.

1.1. Определения.

Элемент s – некоторый объект, обладающий определенными свойствами, внутреннее строение которого для целей исследования не играет роли (самолет: для моделирования полета – не элемент, а для моделирования работы аэропорта – элемент).

Связь l между элементами – процесс и способ их взаимодействия, важный для целей исследования.

Система S – совокупность элементов со связями и целью функционирования F .

Систему можно символически изобразить с помощью теории множеств и графов:

$$S = \{E, G, F\}.$$

Здесь $E = \{s_i\}$ – множество всех элементов, $G = \{l_{ij}\}$ – множество всех связей элементов.

Сложная система – система, состоящая из разнотипных элементов с разнотипными связями.

Большая система – система, состоящая из большого числа однотипных элементов с однотипными связями.

Большая сложная система – состоящая из большого числа разнотипных элементов с разнотипными связями.

Автоматизированная система – система, в которой определяющую роль играют элементы управления двух типов: технические средства и действия человека, направленные на остальные элементы системы.

Символически такую систему можно изобразить так:

$$S_A = \{E = \{s_{T,i}\} \cup \{s_{H,i}\} \cup \{s_{O,i}\}, G = \{l_{ij}\}, F\}.$$

Практически все системы рассматриваются *функционирующими во времени*. При этом могут меняться все три компонента системы – множество элементов, множество их связей, а также целевая функция $(E(t), G(t), F(t))$. Однако существуют *статические* системы, у которых все три компонента остаются неизменными. Остальные системы соответственно называются *динамическими*.

Структура системы – часть графа связей системы G' , которая остается неизменной во время ее функционирования.

Состояние – множество характеристик элементов системы, изменяющихся во времени и важных для целей функционирования.

Процесс (динамика системы) – смена состояний системы.

Цель функционирования системы – достижение или сохранение некоторого состояния системы.

Когда речь идет об автоматизированных системах, созданных человеком, достижение цели влечет за собой целенаправленное вмешательство в процесс функционирования системы, которое называется *управлением*.

Задачи исследования систем:

- 1) *анализ* – изучение свойств функционирования системы;
- 2) *синтез* – выбор структуры и параметров системы по заданным свойствам системы.

1.2. Моделирование сложных систем.

Обозначим $T = [t_0, t_1]$ – временной интервал, на котором изучается функционирование системы.

Если система реально существующая, то T – *время наблюдения*, если система модельная, то T – *время моделирования*.

Построение математической модели системы начинается с определения параметров и переменных, определяющих процесс функционирования системы.

Параметры модельной системы $\theta = \{\theta_k\}$ – характеристики всех трех компонент системы, которые остаются неизменными на интервале моделирования T .

Переменные модельной системы $x = \{x_m(t)\}$ – характеристики всех трех компонент системы, которые изменяются на интервале моделирования T .

Переменные бывают *независимые (экзогенные)* и *зависимые (эндогенные)*.

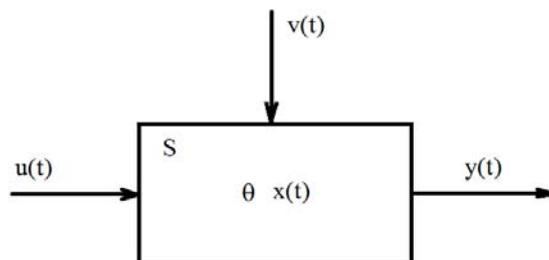
Независимые переменные – переменные, которые описывают внешние условия ($u(t)$) и внешние воздействия (факторы влияния) ($v(t)$) на систему и служат входными и управляющими данными для моделирования.

Зависимые переменные – переменные, которые описывают внутренние свойства (состояния) системы ($x(t)$) или реакции системы ($y(t)$) при воздействии на нее внешних условий и факторов и являются выходными (результатирующими) данными моделирования.

Независимые переменные бывают: контролируемые и неконтролируемые, наблюдаемые и ненаблюдаемые, детерминированные и случайные.

Зависимые переменные являются строго детерминированными, однако не всегда контролируемые и наблюдаемые.

Состояния системы принадлежат *фазовому пространству*: $x(t) \in X$. Состояния $x(t)$ называют *фазовыми траекториями*. Множество всех параметров и переменных вместе с законами изменения называется *математической моделью* сложной системы. Схематично ее можно нарисовать так:



Если время t является величиной непрерывной, то модель называется *непрерывной*. Если время t является величиной дискретной, то модель называется *дискретной*.

Если модель не содержит случайных элементов, то она называется *детерминированной*, в противном случае – *вероятностной (стохастической)*.

Если математическое описание модели слишком сложное и частично или полностью неопределено, то в этом случае используются *агрегативные модели*. Способ формирования агрегативной модели заключается в разбиении системы на конечное число взаимосвязанных частей (подсистем), каждая из которых допускает стандартное математическое описание. Эти подсистемы называются *агрегатами*.

1.3. Системный подход в моделировании

При анализе и синтезе сложных систем наиболее распространен *системный подход*, имеющий в своей основе цель и назначение системы и предполагающий последовательный переход от общего к частному. При этом в зависимости от той или иной цели выделяют *систему* взаимосвязанных элементов S любой природы и внешнюю среду E влияющую на систему или находящуюся под ее воздействием. Также в соответствии с необходимой целью определяется критерий, по которому какие-либо элементы системы S войдут или не войдут в создаваемую модель M .

Важным для системного подхода является определение *структуры системы*, т.е. совокупности связей между элементами системы, отражающих их взаимодействие. В соответствии с этим при исследовании структуры систем можно выделить *структурный* и *функциональный* подходы.

При *структурном подходе* выявляется состав выделенных элементов системы S и связей между ними, что позволяет судить о структуре системы. Такая структура является наиболее общей. Она хорошо формализуется и может быть описана на языке теории графов.

Менее общее описание системы дается при *функциональном подходе*, когда рассматриваются отдельные ее функции, или алгоритмы поведения. Причем под функцией понимают некоторое свойство, приводящее к определенной цели. Это свойство может быть выражено в виде характеристик отдельных элементов и подсистем системы либо характеристики всей системы в целом. *Функционирование* же системы, т.е. проявление ее функций во времени $S(t)$ означает переход ее из одного состояния в другое, что математически может быть описано как движение в пространстве состояний Z .

При создании простых моделей применяется также и *классический (индуктивный) подход*, отражающий связи между отдельными подсистемами изучаемого объекта. В этом случае реальный

объект, подлежащий моделированию, разбивается на отдельные подсистемы (рис. 1.1, а). То есть происходит выбор исходных данных D , объединяемых затем в соответствии с поставленными целями C моделирования отдельных функций системы. На базе каждой такой цели формируется некоторая компонента K , совокупность которых и объединяется в модель M . Классический подход подразумевает суммирование отдельных компонент в единую модель, где каждая компонента решает свои собственные задачи и изолирована от других частей модели. Данный метод используют при построении простых моделей, в которых возможно разделение и взаимно независимое рассмотрение отдельных функций реального объекта.

С усложнением же объектов моделирования разобщенность решаемых задач приводит к значительным затратам ресурсов при реализации модели. В этом случае, моделируемая система рассматривается не изолированно, а как некоторая подсистема какой-то метасистемы, т.е. системы более высокого ранга. Например, при проектировании АСУ подразделения необходимо учитывать, что она является частью АСУ всей организации. То есть системный подход позволяет рассматривать моделируемую систему как интегрированное целое, причем это рассмотрение начинается с главного – формулировки цели функционирования.

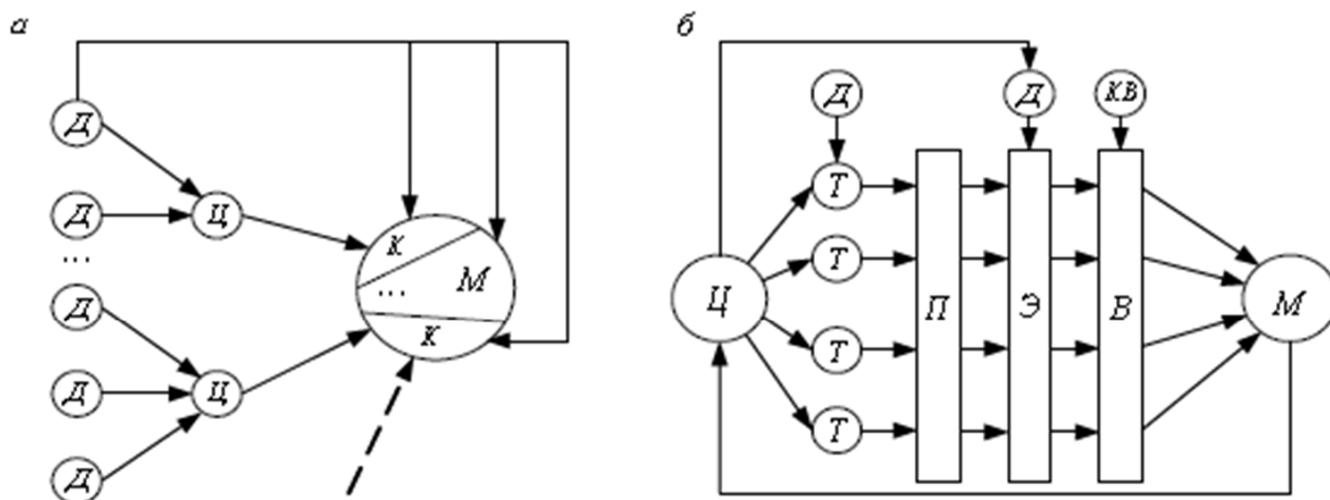


Рис. 1.1. Процесс синтеза модели на основе классического (а) и системного (б) подходов

При синтезе модели M на базе системного подхода (рис. 1.1, б) определяют исходные данные D путем анализа внешней метасистемы и ограничений накладываемых на данную систему. Затем на основе цели функционирования C формулируют исходные требования T к системе S . После чего исходя из этих требований формируют некоторые предварительные подсистемы Π с элементами \mathcal{E} и, наконец, делают выбор B составляющих системы с использованием специальных критериев выбора $KВ$.

При моделировании необходимо также обеспечить эффективность модели системы, которая обычно определяется как некоторая разность между каким-либо показателем ценности результатов, полученных при изучении модели, и затратами на ее разработку.

На основе системного подхода может быть предложена и некоторая последовательность разработки моделей, а именно макро- и микропроектирование.

1.4. Общие проблемы моделирования систем

В настоящее время математическое моделирование позволяет по-новому описывать реальные процессы и упростить их экспериментальное изучение. Если раньше моделирование означало реальный физический эксперимент либо построение макета, имитирующего реальный процесс, то сейчас все чаще применяются виды моделирования, имеющие в своей основе постановку математического (вычислительного, компьютерного) эксперимента. Причем обычно эксперимент является активным, когда наблюдатель вмешивается и организует ход изучаемого процесса.

Неотъемлемой чертой моделирования является также постоянное протекание информационных процессов. Как и в ходе реализации модели извлекается информация об объекте, так и в процессе эксперимента с моделью в нее вводятся управляющие информационные потоки.

В целом же моделям больших и сложных систем присущ ряд следующих характеристик.

1. *Цель функционирования*, определяющая поведение модели M , и разделяющая модели соответственно на одноцелевые и многоцелевые.

2. *Сложность*, идентифицируемая по целому ряду признаков. Например, по общему числу элементов системы и связей между ними или же по разнообразию элементов, объединяемых в те или иные уровни иерархии.

3. *Целостность*, указывающая на то, что создаваемая модель M сама является сложной системой $S(M)$, включающая большое количество взаимодействующих друг с другом частей.

4. *Неопределенность*, проявляемая системой в смысле возможности достижения поставленной цели, методов решения задач, достоверности исходной информации и т.д. Причем мерой любой неопределенности служит такая величина как *энтропия*, позволяющая в ряде случаев оценить минимальное количество управляющей информации, необходимое системе.

5. *Поведенческая страта* (т.е. группа или слой), оценивающая эффективность достижения системой поставленной цели, а также точность и достоверность получаемых при эксплуатации модели результатов.

6. *Адаптивность*, являющаяся свойством высокоорганизованных систем и состоящая в приспособлении системы к изменениям воздействий внешней среды.

7. *Организационная структура системы моделирования $S(M)$* , зависящая от сложности модели и степени совершенства средств моделирования.

8. *Управляемость модели*, необходимая для рассмотрения различных условий протеканий имитируемых процессов.

9. *Возможность развития модели*, вытекающая из развития систем моделирования и позволяющая исследовать многие стороны функционирования реального объекта.

Главная проблема моделирования – *выбор цели*, т.к. подобие протекающего в модели процесса реальному процессу является лишь условием правильного функционирования модели. Поэтому в качестве цели следует ставить задачу изучения какой-либо стороны функционирования объекта. Изучаемый объект и его модель сходные по одним признакам, могут быть различны по другим, что обеспечивает фиксацию и исследование лишь некоторых свойств объекта. От постановки задач моделирования до интерпретации полученных результатов нужно решить целый ряд проблем:

- 1) идентификация реальных объектов,
- 2) выбор вида модели,
- 3) построение модели,
- 4) компьютерная реализация модели,
- 5) задачи взаимодействия исследователя с моделью в ходе компьютерного эксперимента (КЭ),
- 6) проверка правильности полученных при моделировании результатов,
- 7) выявление основных закономерностей, полученных в процессе моделирования.

2. Комплексные модели больших систем.

2.1. Комплексные (смешанные, неоднородные) модели.

Моделирование процесса функционирования сложных объектов/систем требует совместного использования разнотипных моделей, методов и алгоритмов при анализе. Для повышения степени обоснованности и достоверности прогнозов развития существующих и проектируемых объектов необходимо проведение упреждающего моделирования и многовариантного анализа различных сценариев реализации жизненных циклов рассматриваемых объектов, основанного на концепции комплексного моделирования (КМ).

Под комплексным моделированием сложных объектов/систем любой природы будем понимать методологию и технологии их описания, а также комбинированное использование методов, алгоритмов и методик многокритериального анализа, синтеза и выбора наиболее предпочтительных управленческих решений, связанных с созданием и развитием рассматриваемых объектов/систем в динамически изменяющихся внешних и внутренних условиях. Комбинированное использование разнородных моделей, методов и алгоритмов позволяет взаимно компенсировать их объективно существующие недостатки и ограничения, одновременно усиливая их положительные качества.

Если говорить о производственных, социальных и подобных им системах, то КМ таких систем приводит к *проактивному управлению*. В отличие от традиционно используемого на практике *реактивного управления*, ориентированного на оперативное *реагирование на инциденты* и последующее их недопущение, проактивное управление предполагает *предотвращение возникновения инцидентов* за

счет создания в соответствующей системе управления принципиально новых упреждающих возможностей (таких как параметрическая адаптация моделей к прошлому, настоящему и будущему) при формировании и реализации управляющих воздействий на основе парирования не следствий, а причин, вызывающих нештатные, аварийные и кризисные ситуации.

Наряду с преимуществами КМ возникает и ряд проблем, связанных с его применением.

Первая проблема связана с необходимостью согласования используемых моделей, методов и алгоритмов на концептуальном, модельно-алгоритмическом, информационном и программном уровнях. Положительный эффект от КМ может быть достигнут только при выполнении глубокого обоснованного *согласования частных моделей*, основанного на принципах координации декомпозированных моделей и многомодельных комплексов.

Вторая проблема – это необходимость определения *достижимости целей* управления системой с учетом имеющихся пространственно-временных, технических, технологических, социальных и ресурсных ограничений.

Третья проблема состоит в необходимости на всех этапах моделирования широко использовать *современные средства автоматизации*, что позволяет сократить временные, материальные и другие затраты. Третья проблема также связана с этапом ввода исходных данных, который остается исключительно трудоемким даже при наличии средств автоматизации моделирования.

Более того, при решении различных задач структурно-функционального синтеза объектов/систем в рамках КМ возникают и новые трудности:

- *большая размерность и нелинейность* моделей, описывающих структуру и варианты функционирования элементов и подсистем сложных объектов;
- необходимость конструктивного учета в моделях *факторов неопределенности*, связанных с воздействием внешней среды на сложный объект;
- необходимость *многокритериальной оптимизации* на многомодельном комплексе.

2.2. Системы естественного и искусственного происхождения.

Моделируемые системы подразделяются на системы *естественного* и *искусственного* происхождения. К первому классу относятся существующие природные и социальные системы, появившиеся в результате эволюции природы и человеческой цивилизации. Ко второму классу относятся системы, созданные человеком (прежде всего технические и гуманитарные системы).

Особенностью систем естественного происхождения является их интуитивно понятная структура и свойства, а также большой накопленный опыт взаимодействия с ними. В тоже время детально принципы их функционирования не известны. Примером системы естественного происхождения может служить любая геологическая, живая или социальная система (месторождение полезных ископаемых, экосистема леса, популяция животных, социальная группа людей и т.д.).

Особенностью систем искусственного происхождения являются четко заданные при создании структура и свойства, но при этом отсутствие на первых этапах их применения опыта взаимодействия с ними и последствий такого взаимодействия. Примером системы искусственного происхождения может служить производственная, техническая или информационная система (предприятие в целом, конкретная его продукция – станок, машина, самолет, система подготовки документации, система оценки качества продукции и т.д.).

На современном этапе большое распространение получили *информационные системы* (ИС), реализованные с помощью компьютерных и суперкомпьютерных технологий и включающие в себя элементы других систем естественного и искусственного происхождения. Примером здесь могут служить геоинформационные системы, используемые в разных отраслях хозяйства, системы массового обслуживания, средства массовой информации и др..

ИС как правило являются комплексными и включают в себя базы данных, специальные средства ввода/вывода информации, средства обработки и анализа данных. Проектирование ИС и моделирование их работы является одной из важных задач компьютерного анализа.

2.3. Математическая база комплексного анализа

Математический аппарат комплексного анализа сложных систем сочетает собственно методы анализа статических и динамических систем на основе детерминистического и стохастического подходов. В первом случае производится изучение соответствующих систем дифференциальных

уравнений, во втором – случайные процессы. В последнее время наблюдается объединение этих подходов с использованием теории нейросетей и методов искусственного интеллекта.

3. Моделирование трудноформализуемых и сложных объектов и систем.

Формализация сущности изучаемых объектов, процессов и явлений является основой моделирования. Формализация состоит первоначально в наименовании тех или иных явлений, установление взаимосвязей между ними, а затем приведение полученных языковых форм к общеупотребляемым математическим описаниям.

Всякая формализация производится на основе тех или иных *аналогий* и *ассоциаций*. Например, большое количество каких-либо объектов ассоциируется у нас с множеством геометрических точек на плоскости или в пространстве. Любую большую или малую величины всегда можно сопоставить с высокой или низкой температурой. Изменение чего-либо можно ассоциировать с движением объекта в пространстве и т.д.

Трудноформализуемые объекты и системы в любом случае должны быть первоначально сопоставлены с известными понятиями, "расщеплены" на составляющие их элементы, переведены в математические понятия и обозначения. В некоторых случаях им могут быть сопоставлены изначально алгоритмы, программные системы и их реализации на компьютерах.